

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ:

- Εξεταστέα Ύλη
- Ασκήσεις Επανάληψης

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω δυνάμεις :

$$\alpha) 3^{-2} =$$

$$\beta) 1^{-9} =$$

$$\gamma) \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} =$$

$$\delta) \frac{10^4}{5^4} =$$

$$\epsilon) \left(\frac{1}{2015} - \frac{1}{2015}\right)^3 =$$

$$\sigma\tau) 4^{-3} =$$

$$\zeta) \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$$

$$\eta) \left(-\frac{4}{3}\right)^{-3} =$$

$$\theta) -(4 - 8)^{-2} =$$

2. Να γράψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε μορφή μιας δύναμης ή γινομένου δυνάμεων.

$$\alpha) 3^5 \cdot 3^8 : (3^6)^2 =$$

$$\beta) 3^6 \cdot 3 \cdot 3^4 =$$

$$\gamma) (4^3)^2 : 4^{-4} =$$

$$\delta) [(-5)^{-3}]^{-2} =$$

$$\epsilon) (-5) \cdot (-5)^7 \cdot (-5)^{-3} =$$

$$\sigma\tau) 32 : (2^{-3})^{-4} =$$

$$\zeta) 9^2 \cdot 3^{-5} \cdot 27 \cdot \frac{1}{9} =$$

$$\eta) 3 \cdot 3^4 + 9 \cdot 3^3 + 3^5 =$$

$$\theta) 5^6 + 5^6 + 5^6 + (5^3)^2 =$$

$$\iota) (2^3)^2 + 2^8 \div 2^2 - 2 \cdot 2^5 =$$

$$\kappa) 2^4 \cdot 2^2 + 2^{10} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + 3 \cdot 2^6 - (2^3)^2 =$$

$$\lambda) 2 \cdot (3^4)^2 + 3^{10} \div 9 + 3^5 \cdot 3^3 + (3^{-2})^{-4} - 2 \cdot 3^8 =$$

$$\mu) 25^2 \cdot 5^6 : 5^{-2} =$$

$$\nu) 2^{-2} \cdot \frac{1}{8} \cdot 4^4 =$$

$$\xi) 2^6 - 3 \cdot 2^6 + 5 \cdot 2^6 - (2^3)^2 =$$

$$\omicron) 7 \cdot 7^3 + 6 \cdot 7^4 + 7^2 \cdot 49 + (7^{-2})^{-2} - 2 \cdot (7^9 : 7^5) =$$

3. Να υπολογίσετε το x έτσι ώστε να ισχύουν οι ισότητες :

$$\alpha) (-3)^6 (-3)^4 = (-3)^x$$

$$\beta) (-5)^{-15} \div (-5)^{2x} = (-5)^{13}$$

$$\gamma) \left[\left(-\frac{4}{7} \right)^x \right]^7 = 1$$

$$\delta) 6^6 \cdot 6 \cdot 6^x = 6^5$$

$$\epsilon) [(-7)^3]^x = (-7)^9$$

$$\sigma\tau) 2^{3x} : 2^{-4} = 2^{-8}$$

$$\zeta) \left(-\frac{2}{5} \right)^x = -\frac{125}{8}$$

4. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) 2 \cdot 3^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^{-1} + 8^0 \cdot 7 + (-1)^5 - 0^4 =$$

$$\beta) \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - (2^{-3} \cdot 16) : 2^1 =$$

$$\gamma) 8 \cdot (-2)^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 32 : 4^2 =$$

$$\delta) (3^{-20} \cdot 3^{22})^2 - 12 : 7^0 + 2 \cdot \sqrt{40-4} - \frac{4^2}{8} =$$

$$\epsilon) \frac{5^{12} (2^3 \cdot 5^2)^4}{(5^8 \cdot 2^4)^2} =$$

$$\sigma\tau) \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} - (9 - 2 \cdot 5)^{2015} - 3 \cdot (9^{2015})^0 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} =$$

5. Αν $\alpha = -\frac{1}{3}$ και $\beta = 4$ να υπολογίσετε την παράσταση: $\alpha^{-2} + 2\alpha - \beta^2 =$

6. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$\alpha) \sqrt{\frac{25}{121}}$$

$$\beta) \sqrt[3]{27}$$

$$\gamma) \sqrt{144}$$

$$\delta) \sqrt{3^2}$$

$$\epsilon) \sqrt{0,64}$$

$$\sigma\tau) (\sqrt{5})^2$$

$$\zeta) \sqrt[3]{2\sqrt{16}}$$

$$\eta) \sqrt{(-8)^2}$$

$$\theta) \frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\iota) (\sqrt[3]{10})^3$$

$$\kappa) (\sqrt{5})^2 - \sqrt[3]{6^3}$$

$$\lambda) \sqrt{121} =$$

$$\mu) \sqrt{\frac{4}{25}} =$$

$$\nu) \sqrt[3]{8} =$$

$$\xi) \sqrt[3]{125} =$$

7. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$\alpha) -\sqrt{9} + 2\sqrt{4} =$$

$$\beta) \sqrt[3]{3\sqrt{81}} =$$

$$\gamma) \sqrt{2}(\sqrt{8} + \sqrt{32}) =$$

$$\delta) \sqrt[3]{125 \cdot 64}$$

$$\epsilon) \sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{2} =$$

$$\sigma\tau) (3 - \sqrt{10})(3 + \sqrt{10}) =$$

$$\zeta) \sqrt{\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt{16}} + \sqrt{9}} =$$

$$\eta) \sqrt{33 + \sqrt{7 + \sqrt{\sqrt{16}}}} =$$

$$\theta) -\sqrt{44} \div \sqrt{11} + \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} =$$

$$\iota) \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{32}}{\sqrt{64}} =$$

$$\kappa) \sqrt[3]{3 + \sqrt{5 + 2\sqrt[3]{1000}}}$$

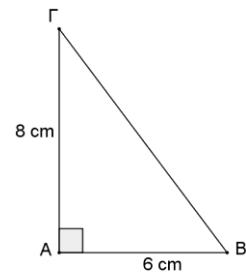
$$\lambda) \sqrt{6\sqrt{18\sqrt[3]{8}}} =$$

$$\mu) \sqrt{18} \cdot \sqrt{2} - \sqrt[3]{81} : \sqrt[3]{3} + (\sqrt[3]{5})^3 =$$

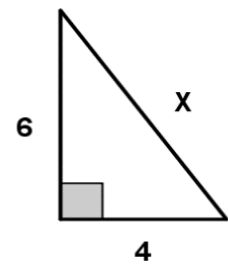
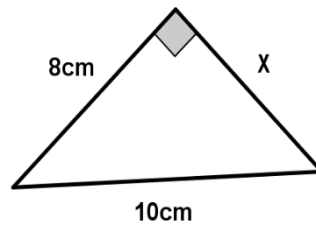
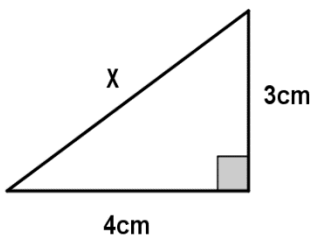
$$\nu) \frac{\sqrt{\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{4}} + \sqrt{9}}}{(\sqrt{24} - \sqrt{54}) : \sqrt{6}}$$

8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), η υποτείνουσα είναι ίση με 13 cm και η μια κάθετη ίση με 5 cm. Να βρείτε την άλλη κάθετη.

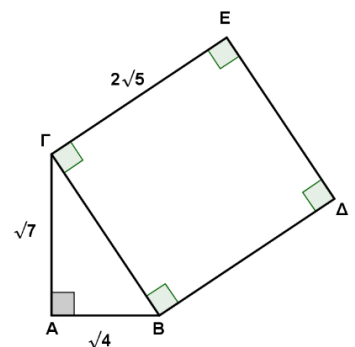
9. Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ στο διπλανό σχήμα:



10. Να υπολογίσετε το μήκος χ σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις:



11. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του πιο κάτω σχήματος.



12. Δίνεται το τρίγωνο ΚΛΜ, με πλευρές ΚΛ = 5 cm, ΛΜ = 12 cm και ΚΜ = 13 cm. Να εξετάσετε κατά πόσο το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και να εντοπίσετε την ορθή γωνία.

13. Να συμπληρώσετε με τα κατάλληλα σύμβολα <, =, > ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις.

α) $\sqrt{2,25} \dots\dots 1,5$

β) $-\sqrt{15} \dots\dots -\sqrt{16}$

γ) $\sqrt{50} \dots\dots 7$

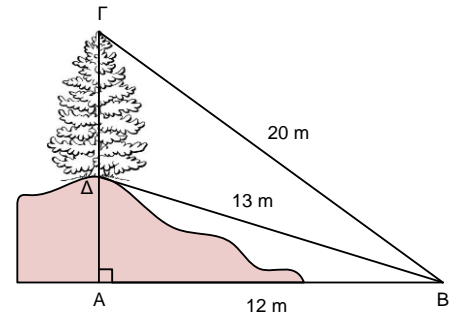
14. Να τοποθετήσετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς: 3, 5, $\sqrt{10}$, $\sqrt{27}$

15. α) Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων κ και λ.

$$\kappa = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot (\sqrt{64} - \sqrt{16}) + \sqrt{\frac{1}{9}} (\sqrt{81} - \sqrt{36}) \quad \text{και} \quad \lambda = \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{\sqrt{16}}}}$$

β) Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει κάθετες πλευρές με μήκη 2κ cm και 2λ cm. Να βρείτε το μήκος της υποτείνουσας του τριγώνου.

16. Να βρείτε το ύψος ΔΓ του δέντρου που βρίσκεται στην κορυφή του λόφου.



17. Αν $\alpha = \sqrt{3 - \sqrt{7 - \sqrt{9}}}$, $\beta = \sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}$ και $\gamma = \sqrt{9 - \sqrt{21 + \sqrt{16}}}$ να βρείτε:

α) Τους αριθμούς α , β , γ .

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές α , β , γ είναι ορθογώνιο.

18. α) Να εξετάσετε σε ποιο σύνολο αριθμών ανήκει καθένας από τους πιο κάτω αριθμούς, βάζοντας σε κύκλο την ορθή απάντηση.

$1 + \sqrt{27}$	Ρητός / Άρρητος
$46,21$	Ρητός / Άρρητος
$\sqrt[3]{81}$	Ρητός / Άρρητος
$83,47\dots$	Ρητός / Άρρητος
$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$	Ρητός / Άρρητος
$2+3\pi$	Ρητός / Άρρητος

β) Να χαρακτηρίσετε ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ τις προτάσεις βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

$\sqrt{(-10)^2} = -10 $	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Οι άρρητοι αριθμοί δεν είναι πραγματικοί	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
Οι αριθμοί 6 , 8 και 11 αποτελούν πυθαγόρεια τριάδα	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
$\sqrt{169 - 144} = \sqrt{169} - \sqrt{144} = 13 - 12 = 1$	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

1. Ποιες από τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις είναι μονώνυμα :

α) $5\chi\psi^{-5}$ β) $5\chi^2\psi$ γ) $4\chi^3 - 2\chi + \psi$ δ) $\frac{3}{2}\chi\psi^3\omega^5$ ε) $6\psi^3 + 3\chi\omega$

2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Μονώνυμο	Συντελεστής	Κύριο μέρος	Βαθμός μονωνύμου
$-3\alpha^4\beta^2\gamma$		 ως προς α,β
$-\chi^3\psi$		 ως προς ψ

3. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $8\alpha + 5\beta - 3\alpha + 9\alpha - 11\beta =$

β) $11\chi\psi^2 - 5\chi^2\psi + 3\chi^2\psi - \chi\psi^2 =$

γ) $(-2\alpha\beta^3) \cdot (8\alpha^5\beta^2\gamma) =$

δ) $(21\chi\psi^2\omega^3) : (-3\chi^3\psi^5) =$

ε) $3\chi \cdot (\chi - 2) =$

στ) $-5\chi \cdot (\chi^2 - 3\chi - 4) =$

ζ) $(\chi - 3) \cdot (2\chi + 1) =$

η) $(2\psi - 1) \cdot (\psi + 3) - 5\psi =$

θ) $3\chi + (4\chi - \psi) - (2\psi - 5\chi) =$

ι) $\frac{16\chi^4\psi^3 - 8\chi^3\psi^2 + 4\chi\psi}{-4\chi^2\psi^3}$

κ) $2\alpha^2\beta^3 - 3\alpha\beta - (3\alpha^2\beta^3 + 2\alpha\beta) =$

λ) $(6\psi^5 + 9\psi^3 - 3\psi^2) : (-3\psi^2) =$

μ) $(6x^2 + 22x + 12) : (3x + 2) =$

ν) $(-5\chi + 2\chi^2 + 6) : (\chi - 2) =$

4. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $2\chi - 1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $6\chi^2 + \chi - 2$.

5. Να βρείτε το πολυώνυμο το οποίο όταν διαιρεθεί με το $\chi - 3$, δίνει πηλίκο $2\chi + 1$ και υπόλοιπο -3 .

6. Δίνονται τα πολυώνυμα : $A = 5\chi^3 + 9\chi^2 + 4\chi - 3$, $B = \chi^2 + 2\chi + 5$ και $\Gamma = \chi - 3$.
Να βρείτε :

α) $A + 3B - 2\Gamma =$

β) $B \cdot \Gamma =$

7. Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$\varphi(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8, \quad \rho(x) = x^2 + 3x + 4 \quad \text{και} \quad \sigma(x) = x - 5$$

Να βρείτε τις παραστάσεις:

α) $\varphi(x) + \rho(x) =$

β) $\sigma(x) - 2x \cdot \varphi(x) =$

γ) $\sigma(2) + \rho(3) - 2 \cdot \varphi(-1) =$

δ) $\rho(x - 2) =$

ε) $\rho(x) : \sigma(x) =$

8. Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες:

α) $(\alpha + 1)(\alpha - 1) + 1 = \alpha^2$

β) $(\psi - 3)^2 + 5(\psi - 1) = \psi \cdot (\psi - 1) + 4$

γ) $(2\alpha - 3)^2 - 4\alpha(\alpha - 3) - \alpha^2 = 9 - \alpha^2$

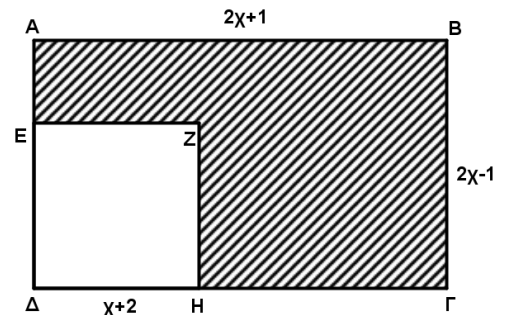
δ) $(\alpha + \beta)^2 - \alpha(\alpha - 2\beta) - \beta^2 = 4\alpha\beta$

9. Δίνεται η αλγεβρική παράσταση: $A = 8x^2 - x\psi + 2\psi^2 - 10x^2 + 5 + 8x\psi$.

α) Να απλοποιήσετε την αλγεβρική παράσταση.

β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της αν $x = -1$ και $\psi = 2$.

10. Να βρείτε μια αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος, αν ΔΕΖΗ τετράγωνο πλευράς $(x + 2)$ cm, ΑΒΓΔ ορθογώνιο διαστάσεων $(2x + 1)$ cm και $(2x - 1)$ cm. Η απάντησή σας να δοθεί στην πιο απλή μορφή συναρτήσεως του x .



11. Ένας τεχνίτης έχει ένα γυαλί σχήματος ορθογωνίου με μήκος $(7x + 4)$ και πλάτος $(4x + 1)$. Θέλει να κόψει από κάθε γωνιά του γυαλιού ένα κομμάτι σχήματος τετραγώνου με πλευρά x .



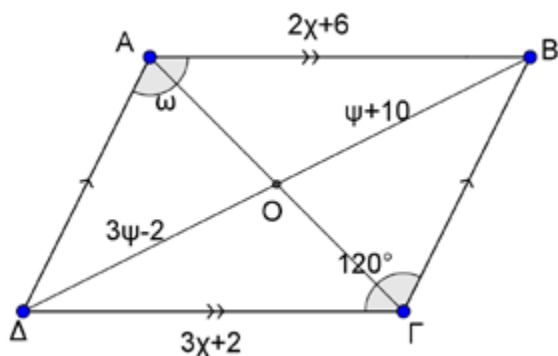
α) Να βρείτε την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει το εμβαδόν του εναπομείναντος γυαλιού.

β) Αν το μήκος του ορθογωνίου είναι 18 cm, να υπολογίσετε την τιμή του x .

γ) Αν το $x = 2$ cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του γυαλιού μετά το κόψιμο του.

Ενότητα 3 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ : ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ – ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ

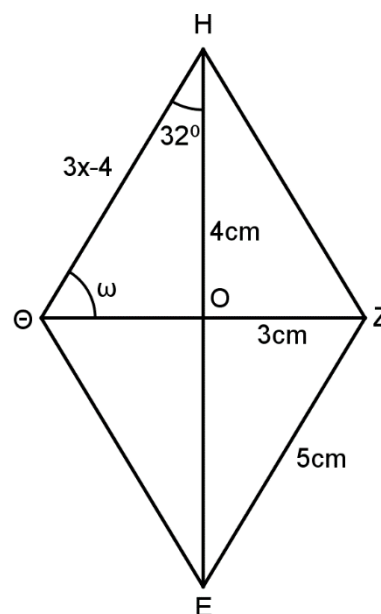
- 1) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν $AB=(2\chi+6)\text{cm}$, $\Delta\Gamma=(3\chi+2)\text{cm}$, $BO=(\psi+10)\text{cm}$, $OD=(3\psi-2)\text{cm}$, $\widehat{B\hat{A}D}=\omega$, και $\widehat{B\hat{\Gamma}D}=120^\circ$ να υπολογίσετε τα χ , ψ και ω .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



- 2) Αν ΕΖΗΘ είναι ρόμβος να υπολογίσετε:

- i. τις τιμές x και ω .
- ii. το μήκος των ΕΗ και ΘΖ.
- iii. το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** του ρόμβου.

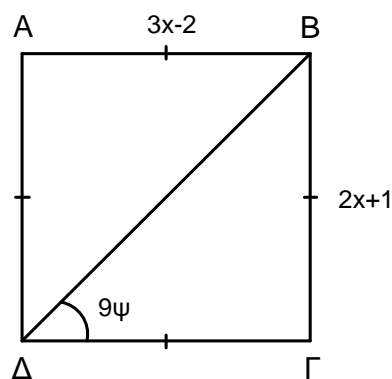
(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)



- 3) Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο.

Να υπολογίσετε:

- α. την τιμή του x
- β. την τιμή του ψ
- γ. την περίμετρο του



4) Να χαρακτηρίσετε με **Σ** (Σωστό) ή **Λ** (Λάθος) τις παρακάτω προτάσεις:

(α)	Το τετράγωνο έχει όλες του τις γωνίες ίσες.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(β)	Οι διαγώνιοι του ρόμβου ισούνται.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(γ)	Το τετράγωνο είναι πάντα ορθογώνιο.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(δ)	Οι διαγώνιοι του ρόμβου τέμνονται κάθετα.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(ε)	Κάθε ορθογώνιο είναι παραλληλόγραμμο.	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
στ)	Οι διαγώνιοι του ρόμβου και του τετραγώνου διχοτομούν τις γωνίες τους	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ

5) Παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 56 dm^2 και ύψος 8 dm .

Να υπολογίσετε τη βάση που αντιστοιχεί στο ύψος αυτό.

6) Παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 48 cm^2 και βάση τριπλάσια του αντίστοιχου ύψους της.

Να υπολογίσετε τη βάση και το αντίστοιχο ύψος.

7) Ένα παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 24 m και η μία πλευρά του είναι 8 m .

Αν το εμβαδόν του είναι ίσο με 48 m^2 , να υπολογίσετε τα ύψη του.

8) Να βρείτε τη περίμετρο ορθογωνίου που έχει πλάτος 7 cm και εμβαδόν 35 cm^2 .

9) Να βρείτε το εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου που έχει περίμετρο 48 m και μήκος 14 m .

10) Ορθογώνιο έχει εμβαδόν 80 m^2 . Αν το πλάτος του είναι πενταπλάσιο του μήκους του, να υπολογίσετε την περίμετρο του.

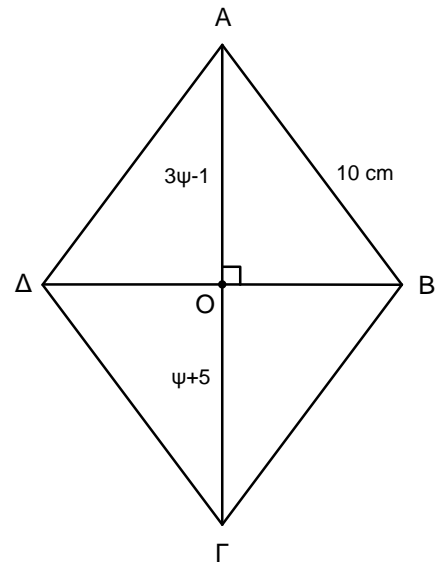
11) Ορθογώνιο έχει περίμετρο 48 dm . Αν το μήκος του είναι διπλάσιο από το πλάτος του, να βρείτε το εμβαδόν του.

12) Η μια διαγώνιος του ρόμβου είναι 12 m και το εμβαδόν του 96 m^2 .
Να βρείτε την περιμέτρό του.

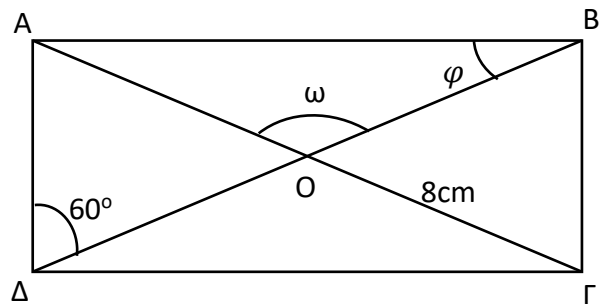
13) Η μια διαγώνιος του ρόμβου είναι εξαπλάσια από την άλλη και το εμβαδόν του 27 m^2 .
Να βρείτε τις διαγώνιές του και τη περίμετρο του.

14) Η περίμετρος του ρόμβου είναι 20 cm και η μια διαγώνιος του 8 cm .
Ο ρόμβος είναι ισοδύναμος με παραλληλόγραμμο με βάση 12 cm .
Να βρείτε το ύψος του παραλληλογράμμου.

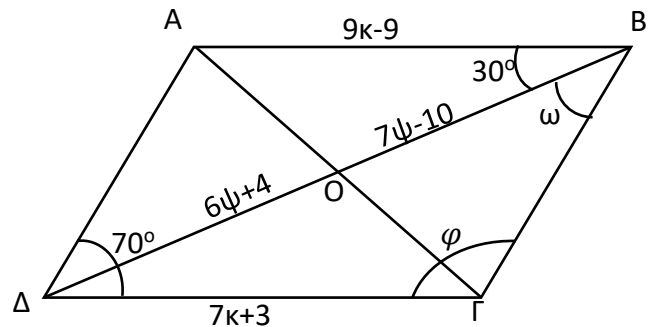
- 15) Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος με πλευρά 10 cm.
 Αν $AO = 3\psi - 1$ και $OG = \psi + 5$ να βρείτε:
 α. Την περίμετρο του.
 β. Το εμβαδόν του.



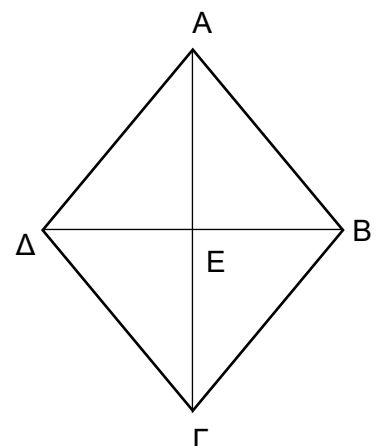
- 16) Δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $OG = 8\text{cm}$, $\hat{A}B = 60^\circ$, $\hat{A}B\Delta = \varphi$. Να βρείτε την τιμή των : φ , ω , και $B\Delta$.



- 17) Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 9\kappa - 9$, $\Delta\Gamma = 7\kappa + 3$, $\Delta O = 6\psi + 4$, $OB = 7\psi - 10$, $\hat{A}\Delta\Gamma = 70^\circ$, $\hat{A}B\Delta = 30^\circ$, $\hat{\Delta}B\Gamma = \omega$, $\hat{B}\Gamma\Delta = \varphi$. Να βρείτε την τιμή των : κ , ψ , ω και φ .

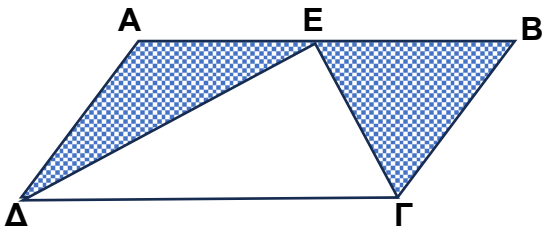


- 18) Δίνεται ο ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ με $B\Gamma = 5\text{m}$, $BE = 3\text{m}$. Να βρείτε την τιμή των : $\hat{A}E\hat{B}$, AB , $B\Delta$ και $A\Gamma$.

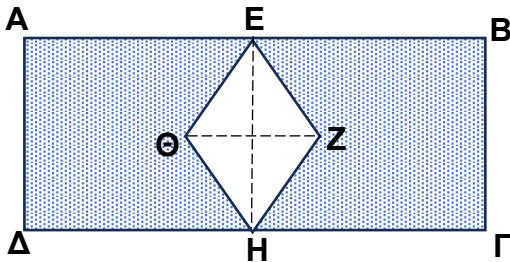


- 19) Ένα παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 100cm^2 και ύψος 25 cm . Να υπολογίσετε την βάση που αντιστοιχεί στο ύψος αυτό.
- 20) Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 64cm^2 . Αν το μήκος του είναι τετραπλάσιο του πλάτους του , να υπολογίσετε το μήκος και το πλάτος του.
- 21) Τετράγωνο με περίμετρο $16\sqrt{3}\text{ m}$ είναι ισοδύναμο με ορθογώνιο που έχει μήκος 8 m . Να υπολογίσετε το πλάτος και την διαγώνιο του ορθογωνίου.
- 22) Ρόμβος έχει διαγώνιες 10m και 24m . Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του.
- 23) Ορθογώνιο έχει περίμετρο 40m και το μήκος του είναι 4m μεγαλύτερο από το πλάτος του. Το ορθογώνιο είναι ισεμβαδικό με ρόμβο που έχει διαγώνιο 16m , να βρείτε την άλλη διαγώνιο του ρόμβου.
- 24) Ορθογώνιο έχει εμβαδό 28m^2 . Το μήκος του είναι επταπλάσιο από το πλάτος του. Να βρείτε την περίμετρό του.
- 25) Ένα παραλληλόγραμμο έχει βάση τετραπλάσια από το αντίστοιχο ύψος της. Τετράγωνο με περίμετρο 24m είναι ισοδύναμο με το παραλληλόγραμμο. Να βρείτε τη βάση και το αντίστοιχο σ' αυτήν ύψος του παραλληλογράμμου.
- 26) Η περίμετρος ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) είναι 36dm και η βάση του 10dm . Να βρείτε το εμβαδό του.
- 27) Σε ορθογώνιο τρίγωνο οι κάθετες πλευρές είναι 12cm και 16cm . Να βρεθεί το εμβαδόν του και το **ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα**.
- 28) Ρόμβος έχει διαγώνιες 12m και 16m . Να βρεθεί το **ύψος του ρόμβου**.
- 29) Η μια διαγώνιος του ρόμβου είναι τριπλάσια της άλλης διαγώνιου. Αν το εμβαδόν του ρόμβου είναι 150m^2 , να βρεθούν οι βάσεις του.
- 30) Ρόμβος είναι ισοδύναμος παραλληλογράμμου που έχει βάση 12cm και το αντίστοιχο σ' αυτήν ύψος 3cm . Αν η μια διαγώνιος του ρόμβου είναι 6cm , να βρεθεί η άλλη διαγώνιος του .
- 31) Ορθογώνιο τρίγωνο έχει κάθετες πλευρές 8m και 6m . Ρόμβος έχει την μικρή διαγώνιο του ίση με την υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου και εμβαδόν 96m^2 μεγαλύτερο από το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου. Να βρείτε την περίμετρο του ρόμβου.

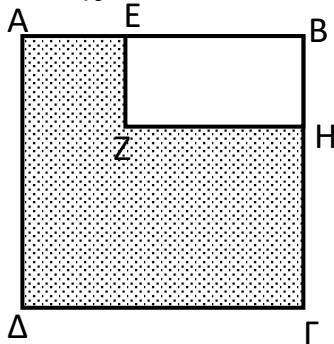
- 32) Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο με εμβαδόν 48cm^2 και $AB = 12\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής,



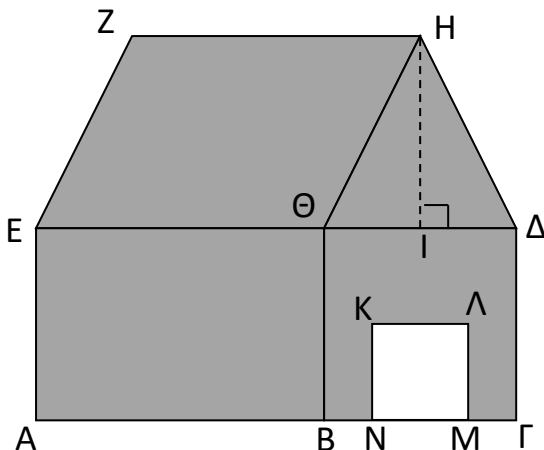
- 33) Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και $EZH\Theta$ είναι Ρόμβος. Αν $E\Theta = 5\text{cm}$, $\Theta Z = 6\text{cm}$ και $AE = EB = 10\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής,



- 34) Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο και το $EBHZ$ είναι ορθογώνιο. Αν $A\Delta = 12\text{m}$ η EB είναι διπλάσια της AE και $BH = AE$, να βρείτε το **εμβαδόν και την περίμετρο** του σκιασμένου.



- 35) Να βρεθεί το **εμβαδόν** και η **περίμετρος** του σκιασμένου μέρους στο πιο κάτω σχήμα. Το $EZ\Theta H$ είναι παραλληλόγραμμο, Το $\Theta H\Delta$ είναι ισοσκελές τρίγωνο ($H\Theta = H\Delta$), το $\Theta\Delta\Gamma B$ και το $K\Lambda M N$ είναι τετράγωνα και το $E\Theta B A$ είναι ορθογώνιο. Το $AB = 10\text{cm}$, $B\Gamma = 6\text{cm}$, $H I = 4\text{cm}$ και $B N = M\Gamma = 1\text{cm}$



ΕΝΟΤΗΤΑ 4: ΕΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ Α΄ ΒΑΘΜΟΥ

1. Να συμπληρώσετε τα κενά, εφαρμόζοντας τις **ιδιότητες**.

$$\text{Αν } x > 4 \Leftrightarrow x + 7 \dots\dots\dots$$

$$\text{Αν } x \leq -3 \Leftrightarrow x - 9 \dots\dots\dots$$

$$\text{Αν } x < 8 \Leftrightarrow +2x \dots\dots\dots$$

$$\text{Αν } x \geq -10 \Leftrightarrow -\frac{x}{2} \dots\dots\dots$$

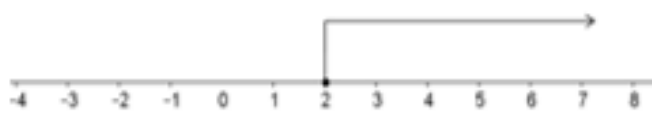
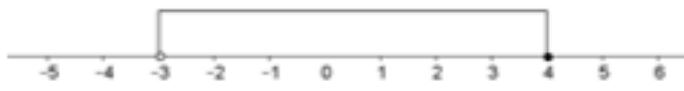
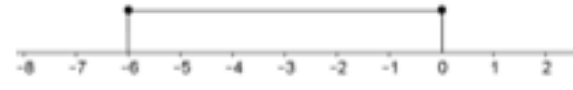




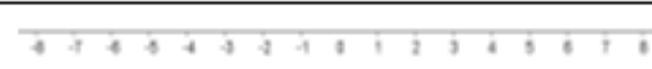
$$\text{Αν } x < -5 \Leftrightarrow x + 9 \dots\dots\dots$$

$$\text{Αν } x > 1 \Leftrightarrow x - 5 \dots\dots\dots$$

$$\text{Αν } x \leq 12 \Leftrightarrow \frac{x}{4} \dots\dots\dots$$

$$\text{Αν } x < -3 \Leftrightarrow -5x \dots\dots\dots$$

2. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα.

Ανίσωση	Γραφική παράσταση	Διάστημα
		
		
		
		$x \in (-1, +\infty)$
		$x \in [-6, +\infty)$
		$(-\infty, 5]$
		$x \in [4, 6]$
		$x \in (-4, 7)$

Αίσωση	Γραφική παράσταση	Διάστημα
$x > 1$		
$x \leq 6$		
$x < -3$		
$x \geq 4$		

2. Να λυθούν οι ανισώσεις και να παρασταθούν γραφικά οι λύσεις τους.

α) $4x - 13 > 4x - 5$

β) $12x - 9 - 4(2x - 1) < x + 10$

γ) $2(x - 3) \geq 2x - 10$

δ) $3x - 6 - 6(1 + x) < x + 4$

ε) $\frac{3+x}{3} - \frac{x+1}{2} < x + \frac{3x+1}{6}$

3. Να εξετάσετε για ποιες πραγματικές τιμές του x ορίζεται η παράσταση $A = \sqrt{24 - 6x}$.

4. Να παραστήσετε γραφικά το σύνολο των λύσεων $\{a \mid a \leq -1\}$

5. Στις πιο κάτω περιπτώσεις παρουσιάζεται η γραφική αναπαράσταση ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών. Να επιλέξετε την αντίστοιχη μορφή διαστήματος.



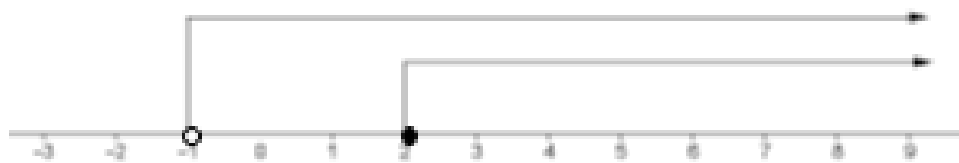
- A. $(-3, 2)$ Β. $[-3, 2]$ Γ. $(-3, 2]$ Δ. $[-3, 2)$



- A. $(-\infty, 3)$ Β. $(-\infty, 3]$ Γ. $(3, \infty)$ Δ. $[3, \infty)$

2. Σε καθένα από τα πιο κάτω διαγράμματα, δίνονται οι γραφικές λύσεις δύο ανισώσεων. Να επιλέξετε την ανίσωση που εκφράζει τις κοινές τους λύσεις.

α)



- A. $-1 < x \leq 2$ Β. $x > -1$ Γ. $x \leq 2$ Δ. $x \geq 2$ Ε. $x \geq -1$

β)



- A. $3 \leq x > 7$ Β. $3 \geq x > 7$ Γ. $3 \leq x < 7$ Δ. $3 < x \leq 7$

3. Στο καθένα από τα πιο κάτω διαγράμματα, δίνονται οι γραφικές λύσεις δύο ανισώσεων. Να βρείτε τις κοινές λύσεις του καθενός από τα πιο κάτω ζεύγη ανισώσεων σε μορφή ανίσωσης και σε μορφή διαστήματος.

α)



β)



4. Να βρείτε το διάστημα στο οποίο ~~αυτοαληθεύουν~~ οι ανισώσεις και να ~~παρουσιάσετε~~ γραφικά τις λύσεις τους πάνω στον ίδιο άξονα :

α) $4(x - 3) \leq 11 - 3(1 + 2x)$ και $\frac{x}{5} - \frac{x}{3} < 2$

β) $5x + 2 < 2(3x + 4)$ και $\frac{2x - 1}{10} \leq \frac{x}{2} - \frac{2(x - 1)}{5}$

γ) $3 \cdot (x - 1) > 5 + x$ και $\frac{x - 1}{3} > \frac{x}{2}$

δ) $x + 2 \leq 3(x - 2) - 4$ και $\frac{x + 3}{2} + x < \frac{5(x + 2)}{3}$

10. Να βρείτε τις τιμές του x , έτσι ώστε ο αριθμός $A = 8 - 2(x - 6)$ να είναι αρνητικός.

11. Να βρείτε τον μικρότερο ακέραιο αριθμό που είναι λύση της ανίσωσης $\frac{3a+1}{4} \leq 1 - \frac{a-4}{3}$

12. Η συνδρομή για ένα κινητό τηλέφωνο είναι το πάγιο €5 τον μήνα και 3 ~~σεφτ~~ για κάθε τοπική κλήση. Να βρείτε πόσες το πολύ κλήσεις μπορεί να κάνει κάποιος για να πληρώσει λιγότερο από €7 για ένα μήνα.

Ενότητα 7: ΕΥΘΕΩΣ – ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

1) α) Αν τα πιο κάτω ποσά A και B είναι αντιστρόφως ανάλογα να συμπληρώσετε τον πίνακα:

A	12		30
B	5	20	

β) Αν τα πιο κάτω ποσά A και B είναι ανάλογα (ευθέως ανάλογα) να συμπληρώσετε τον πίνακα:

A	4	2	
B	12		9

2) Να εξετάσετε σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις αν τα ποσά x και ψ είναι ευθέως ανάλογα, αντιστρόφως ανάλογα ή τίποτα από τα προηγούμενα.

(α)	(β)	(γ)	(δ)	(ε)																														
<table border="1"><tr><td>x</td><td>ψ</td></tr><tr><td>2</td><td>36</td></tr><tr><td>12</td><td>6</td></tr></table>	x	ψ	2	36	12	6	<table border="1"><tr><td>x</td><td>ψ</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td></tr><tr><td>15</td><td>20</td></tr></table>	x	ψ	5	10	15	20	<table border="1"><tr><td>x</td><td>ψ</td></tr><tr><td>7</td><td>9</td></tr><tr><td>21</td><td>27</td></tr></table>	x	ψ	7	9	21	27	<table border="1"><tr><td>x</td><td>ψ</td></tr><tr><td>6</td><td>14</td></tr><tr><td>9</td><td>21</td></tr></table>	x	ψ	6	14	9	21	<table border="1"><tr><td>x</td><td>ψ</td></tr><tr><td>2</td><td>10</td></tr><tr><td>5</td><td>4</td></tr></table>	x	ψ	2	10	5	4
x	ψ																																	
2	36																																	
12	6																																	
x	ψ																																	
5	10																																	
15	20																																	
x	ψ																																	
7	9																																	
21	27																																	
x	ψ																																	
6	14																																	
9	21																																	
x	ψ																																	
2	10																																	
5	4																																	

3) Ένας υπάλληλος για 8 ώρες εργασίας παίρνει 112 ευρώ.
Πόσα ευρώ θα πάρει για 20 ώρες εργασίας;

4) Ένα αυτοκίνητο που τρέχει $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ χρειάζεται 4 ώρες για να φτάσει στον προορισμό του. Αν το αυτοκίνητο τρέχει με $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ πόση ώρα θα χρειαστεί για την ίδια απόσταση;

5) Ένα αυτοκίνητο καλύπτει μια απόσταση σε 12 ώρες όταν κινείται με σταθερή ταχύτητα 80km/h. Αν αυξήσει την ταχύτητα του κατά 20 km/h, σε πόσες ώρες θα καλύψει την ίδια απόσταση;

6) Σε μια κατασκήνωση υπάρχουν 210 παιδιά και έχουν τρόφιμα για 30 μέρες.
Αν αυξηθεί ο αριθμός των παιδιών κατά 60, πόσες μέρες θα φτάσει το φαγητό;

7) Σε ένα στρατόπεδο 120 στρατιώτες του έχουν τρόφιμα για 60 μέρες.
Για πόσες μέρες θα έχουν τρόφιμα οι 90 στρατιώτες;

8) Ένας κτηνοτρόφος βγάζει από 100 κιλά γάλα 22 κιλά τυρί. Πόσα κιλά γάλα θα χρειαστεί για να φτιάξει τυρί που θα γεμίσει 8 βαρέλια των 55 κιλών το κάθε ένα;

9) Για μια έρευνα πρέπει να ερωτηθούν 1200 άτομα. Αν δουλέψουν 12 άτομα ολοκληρώνουν την έρευνα σε 3 μέρες. Αν όμως η έρευνα πρέπει να ολοκληρωθεί σε 2 μέρες, πόσα άτομα πρέπει να δουλέψουν.

10) Ένα αυτοκίνητο τρέχει με ταχύτητα 120 km/h και χρειάζεται 3 ώρες για να φτάσει στον προορισμό του. Αν το αυτοκίνητο μειώσει κατά το $\frac{1}{6}$ την ταχύτητά του, πόση ώρα θα χρειαστεί για την ίδια απόσταση;

11) Να σημειώσετε ορθό ή λάθος δίπλα από τις ακόλουθες προτάσεις:

- Δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα , αν ο λόγος των αντιστοίχων τιμών τους είναι σταθερός.
- Η μάζα ενός ανθρώπου και η ηλικία του είναι ανάλογα ποσά.
.....
- Το εμβαδόν ενός τετραγώνου και το μήκος της πλευράς του είναι ανάλογα ποσά.
.....
- Το ύψος ενός ανθρώπου και η ηλικία του είναι αντιστρόφως ανάλογα ποσά.
.....
- Δύο ποσά είναι ανάλογα , αν ο λόγος των αντιστοίχων τιμών τους είναι σταθερός.
.....

12) Για να μπογιατιστούν 4 δωμάτια χρειάζονται 15 λίτρα μπογιάς.

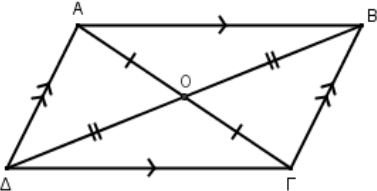
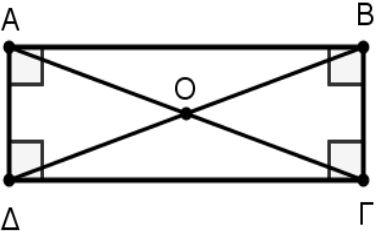
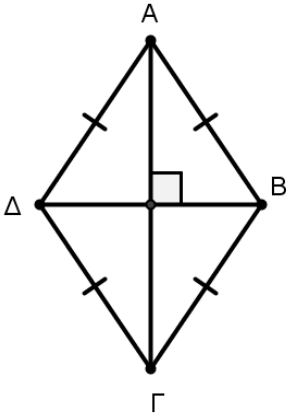
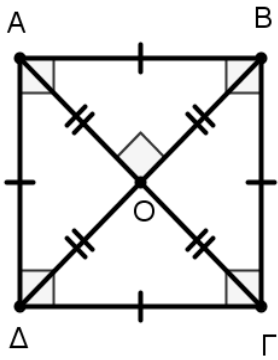
(α) Πόσα λίτρα μπογιάς θα χρειαστούν για να μπογιατιστούν 16 δωμάτια του ίδιου μεγέθους;

(β) Αν χρησιμοποιήσουμε 75 λίτρα μπογιάς, πόσα δωμάτια του ίδιου μεγέθους θα μπογιατιστούν;

13) Σε ένα εργοστάσιο αναψυκτικών 12 μηχανές εργάστηκαν για 6 ώρες, για να ολοκληρώσουν την ημερήσια παραγωγή η οποία είναι σταθερή. Δυστυχώς την επόμενη μέρα χάλασαν το $\frac{1}{4}$ των μηχανών. Πόσες ώρες πρέπει να δουλέψουν οι υπόλοιπες μηχανές, για να έχουμε την ίδια ημερήσια παραγωγή;

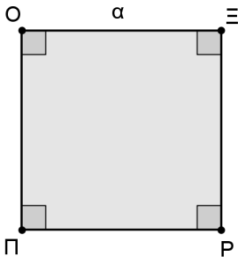
14) Σε ένα τυπογραφείο 3 μηχανές, όταν δουλεύουν για 4 ώρες κάθε μέρα εκτυπώνουν 36000 έντυπα Α. Αν ο υπεύθυνος αγοράσει ακόμα μια μηχανή του ίδιου τύπου, για πόσες ώρες την ημέρα πρέπει να είναι σε λειτουργία οι μηχανές, για την εκτύπωση 60000 εντύπων Α.

ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΑ

ΣΧΗΜΑ	ΟΡΙΣΜΟΣ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ
ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ 	<p>Είναι το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Οι απέναντι γωνιές ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες. 2. Οι απέναντι πλευρές ενός παραλληλόγραμμου είναι ίσες. 3. Οι διαγώνιοι ενός παραλληλογράμμου διχοτομούνται.
ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ 	<p>Είναι το τετράπλευρο που έχει όλες τις γωνιές του ορθές.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Το ορθογώνιο έχει όλες τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων. 2. Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου είναι ίσες .
ΡΟΜΒΟΣ 	<p>Είναι το τετράπλευρο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Ο ρόμβος έχει όλες τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων. 2. Οι διαγώνιοι του ρόμβου τέμνονται κάθετα. 3. Οι διαγώνιοι του ρόμβου διχοτομούν τις γωνιές .
ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 	<p>Είναι το τετράπλευρο που έχει όλες τις γωνιές του ορθές και όλες τις πλευρές του ίσες.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Όλες οι πλευρές του είναι ίσες. 2. Όλες οι γωνιές του είναι ορθές. 3. Οι διαγώνιοι του είναι ίσες, διχοτομούνται, τέμνονται κάθετα και διχοτομούν τις γωνιές του.

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ

Τετράγωνο



$$\Pi = 4\alpha$$

$$E = \alpha^2$$

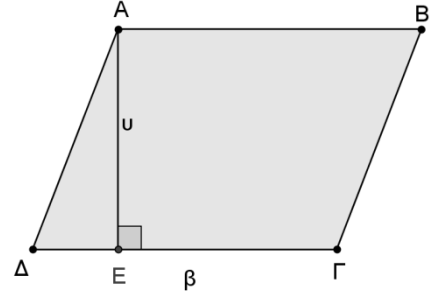
Ορθογώνιο



$$\Pi = 2(\alpha + \beta)$$

$$E = \alpha \cdot \beta$$

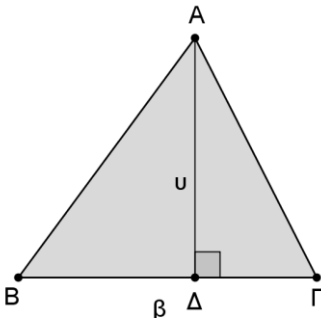
Παραλληλόγραμμο



$$\Pi = 2(AB + B\Gamma)$$

$$E = \beta \cdot u$$

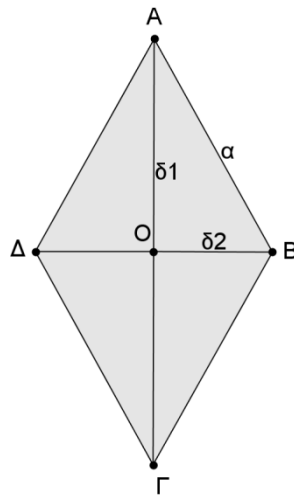
Τρίγωνο



$$\Pi = AB + A\Gamma + B\Gamma$$

$$E = \frac{\beta \cdot u}{2}$$

Ρόμβος



$$\Pi = 4\alpha$$

$$E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$$