

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ:

- Εξεταστέα Ύλη
- Ασκήσεις Επανάληψης

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ

- 1) Αν ένας αριθμός διαιρεθεί με το 11, δίνει πηλίκο 5 και υπόλοιπο 3. Ποιος είναι ο αριθμός;
- 2) Αν ένας αριθμός n διαιρεθεί με το 4, ποιοι αριθμοί μπορεί να είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης $n : 4$;
- 3) Να βρείτε όλους τους φυσικούς αριθμούς οι οποίοι αν διαιρεθούν με το 3 δίνουν πηλίκο 9, με τη χρήση της ευκλείδειας διαίρεσης.
- 4) Να γράψετε ποιοι αριθμοί ονομάζονται :α) πρώτοι β) σύνθετοι γ) πρώτοι μεταξύ τους.
- 5) Να γράψετε τους διαιρέτες του 30. Ποιοι από αυτούς είναι πρώτοι;
- 6) Να εξετάσετε αν η πιο κάτω ισότητα εκφράζει Ευκλείδεια διαίρεση:

$$57 = 5 \cdot 10 + 7$$

- 7) Να εξετάσετε κατά πόσο ο αριθμός 6 διαιρεί τον αριθμό 6600.

- 8) Δίπλα από κάθε πρόταση να γράψετε ορθό ή λάθος:

α) $7 / 49$ β) $8 / 161$ γ) $13 / 2626$ δ) $30 / 6$

- 9) Να αποδείξετε ότι:

A) $5 / 485$

B) $13 / 2639$

Γ) $7 / 21\alpha + 56\beta$

- 10) Να βάλετε στο κάθε τετραγωνάκι το κατάλληλο ψηφίο ώστε:

α) Ο αριθμός $67\boxed{}$

να διαιρείται με το 2

β) Ο αριθμός $3\boxed{}9$

να διαιρείται με το 9

γ) Ο αριθμός $41\boxed{}$

να διαιρείται με το 5

δ) Ο αριθμός $2\boxed{}3$

να διαιρείται με το 3

ε) Ο αριθμός $73\boxed{}$

να διαιρείται με το 4

στ) Ο αριθμός $351\boxed{}$

να διαιρείται με το 2 και το 3 και όχι με το 5

ζ) Ο αριθμός $78\boxed{}\boxed{}$

να διαιρείται με το 2, το 5 και το 9

η) Ο αριθμός $27\boxed{}\boxed{}$

να διαιρείται με το 5, το 3 και όχι με το 2

θ) Ο αριθμός $6\boxed{}4\boxed{}$

να διαιρείται με το 4, το 9 και όχι με το 5

ι) Ο αριθμός $25\boxed{}\boxed{}$

να διαιρείται με το 9 και το 10.

- 11) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί 15 και 24 είναι πρώτοι μεταξύ τους.

12) Να βρείτε και να αποδείξετε ποιος είναι ο μικρότερος τριψήφιος που διαρείται με το 3 και το 5.

13) Να γράψετε δίπλα από κάθε πρόταση σωστό ή λάθος.

- α) Το 500 είναι πολλαπλάσιο του 5.
- β) Το 6 είναι πολλαπλάσιο του 60.
- γ) Το 32 είναι διαιρέτης του 8.
- δ) Το 0 είναι πολλαπλάσιο όλων των αριθμών.
- ε) Ο μεγαλύτερος διαιρέτης ενός αριθμού είναι ο εαυτός του.
- στ) Το 0 είναι διαιρέτης του 7.
- ζ) Οι άρτιοι αριθμοί είναι πολλαπλάσια του 2.
- η) Οι πρώτοι αριθμοί είναι άπειροι.
- θ) Το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών είναι πάντα πρώτος αριθμός.
- ι) Όλοι οι περιττοί αριθμοί είναι πρώτοι.
- κ) Το γινόμενο δύο πρώτων αριθμών είναι πάντα πρώτος.
- λ) Το 2 είναι ο μόνος άρτιος αριθμός που είναι πρώτος.
- μ) Το διπλάσιο ενός αριθμού είναι πρώτος αριθμός.
- ξ) Ο αριθμός 39 είναι σύνθετος.

14) Να βρείτε το Μ.Κ.Δ. και το Ε.Κ.Π. των αριθμών

A) 45, 60 και 54

B) $2^3 \cdot 3 \cdot 7$ και 98

15) Οι μαθητές ενός σχολείου μπορούν να χωριστούν σε ομάδες ανά 24, ανά 36 ή ανά 40. Πόσους μαθητές έχει το σχολείο αν υπερβαίνουν τους 1000 αλλά όχι τους 1400 μαθητές;

16) Ο σύνδεσμος γονέων ενός σχολείου μάζεψε 150 βιβλία, 120 τετράδια και 210 μολύβια, για να φτιάξει ομοίμορφα πακέτα, τα οποία θα προσφέρει στα παιδιά του σχολείου.

α) Πόσα το πολύ όμοια πακέτα μπορεί να φτιάξει;

β) Πόσα βιβλία, τετράδια και μολύβια θα περιέχει το κάθε πακέτο;

γ) Αν ο σύνδεσμος θέλει να ετοιμάσει πακέτα και για τους 240 μαθητές του σχολείου, πόσα βιβλία, τετράδια και μολύβια θα χρειαστεί;

17) Τρία λεωφορεία βρίσκονται στην αφετηρία τους. Το α' κάνει τη διαδρομή του και επιστρέφει σε 28 λεπτά, το β' σε 63 λεπτά και το γ' σε 42 λεπτά.

Αν στις 10 π.μ. ξεκινήσουν και τα τρία λεωφορεία μαζί:

- α) Σε πόσα λεπτά θα ξανασυναντηθούν και τα τρία λεωφορεία μαζί στην αφετηρία;
- β) Τι ώρα θα είναι;
- γ) Πόσες διαδρομές θα κάνει το δεύτερο λεωφορείο;

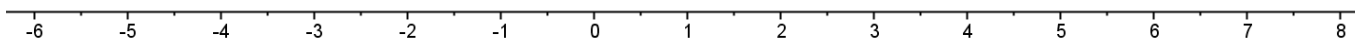
18) Ένα βιβλίο των Μαθηματικών έχει περισσότερες από 200 και λιγότερες από 300 σελίδες. Αν τις μετρήσουμε ανά 5, 7 και 15 περισσεύει μία. Πόσες είναι οι σελίδες του βιβλίου;

19) Αν το $E.K.P(4, \beta) = 84$ να βρείτε τον αριθμό β .

ΕΝΟΤΗΤΑ 4: ΑΚΕΡΑΙΟΙ – ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ – ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

1) Να γράψετε το σύνολο: των Φυσικών, των Ακέραιων και Ρητών αριθμών.

2) Να τοποθετήσετε στον πιο κάτω άξονα τους ρητούς αριθμούς $-4, +3, -\frac{1}{2}, 3, 2, +\frac{5}{4}, 0, -2\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$



3) Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως το παράδειγμα:

	ΦΥΣΙΚΟΣ	ΑΚΕΡΑΙΟΣ	ΡΗΤΟΣ	ΘΕΤΙΚΟΣ	ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ
2017	✓	✓	✓	✓	
-5					
-2,14					
$\frac{3}{5}$					
2^3					
1,155555....					
1,132547....					

4) Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Αριθμός	Αντίθετος	Αντίστροφος	Απόλυτη τιμή
7			
	+2,7		
		$-\frac{5}{9}$	
			2

5) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(+3) + (+11) =$

β) $(-5) + (-8) =$

γ) $(+12) + (-3) =$

δ) $(+8) + (-15) =$

ε) $(+7) - (+5) =$

στ) $-(-6) + (-2)^3 =$

ζ) $|+9| + (-5)^2 =$

η) $|-11| - |-2| =$

θ) $(+15) : (-3) =$

$$\text{ι) } (-3) \cdot (-4) =$$

$$\text{κ) } -3 \cdot (+8) =$$

$$\text{λ) } (+20) : (+4) =$$

$$\text{μ) } \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) =$$

$$\text{ν) } -\frac{1}{2} - \frac{3}{5} =$$

$$\text{ξ) } 4\frac{2}{5} - 1\frac{1}{4} =$$

$$\text{ο) } -2,1 - \left(-\frac{3}{5}\right) =$$

$$\text{π) } \left(+\frac{4}{11}\right) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) =$$

$$\text{ρ) } \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) =$$

$$\text{σ) } \left(-\frac{2}{9}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot (-10) =$$

$$\text{τ) } \left(-3\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1\frac{3}{4}\right) =$$

$$\text{υ) } \left(-\frac{8}{9}\right) : \left(-1\frac{1}{3}\right) =$$

6) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

$$(+7)^2 =$$

$$(+1)^4 =$$

$$-(-4)^2 =$$

$$(-2)^5 =$$

$$(-11)^1 =$$

$$(-1)^{2015} =$$

$$-7^2 =$$

$$-(-1)^{15} =$$

$$(3-5)^3 =$$

$$-(5-2)^2 =$$

$$(-1,2)^0$$

$$-9^0 =$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^0 =$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$-\left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$$

7) Να βάλετε το κατάλληλο σύμβολο (>, =, <) μεταξύ των αριθμών:

$$\text{α) } 0 \dots\dots\dots -5$$

$$\text{β) } | +12 | \dots\dots\dots | -20 |$$

$$\text{γ) } -| +3 | \dots\dots\dots +| -3 |$$

$$\text{δ) } (-2)(-3) \dots\dots\dots (+2)(+3)$$

$$\text{ε) } -10 \dots\dots\dots +2-5$$

$$\text{στ) } -| -1 | \dots\dots\dots -(-1)$$

$$\text{ζ) } (-9)^{17} \dots\dots\dots (-9)^{16}$$

$$\text{η) } (-1) - (+4) \dots\dots\dots (-36) : (+9)$$

$$\text{θ) } -17+17 \dots\dots\dots (-37) \cdot (-296) \cdot 0 \cdot (-43)$$

$$\text{ι) } -\frac{3}{4} \dots\dots\dots -\frac{2}{3}$$

8) Να συμπληρώσετε τα κενά:

$$\text{α) } (-13) + (\dots\dots) = -17$$

$$\text{β) } (+14) + (\dots\dots) = 0$$

$$\text{γ) } (-15) - (\dots\dots) = +6$$

$$\text{δ) } (-2) \cdot (\dots\dots) = -1$$

$$\text{ε) } (-6) : (\dots\dots) = -1$$

$$\text{στ) } (-7) \cdot (+3) \cdot (\dots\dots) = +42$$

9) Να γράψετε δίπλα από κάθε πρόταση σωστό ή λάθος:

- α) Κάθε φυσικός αριθμός είναι και ρητός
- β) Αν $\chi \cdot \psi = 1$ τότε οι χ και ψ είναι αντίθετοι
- γ) Το γινόμενο πέντε αρνητικών αριθμών είναι θετικό
- δ) Αν $\chi \cdot \psi < 0$ τότε οι χ και ψ είναι ομόσημοι
- ε) Το πηλίκο δύο ομόσημων αριθμών είναι ομόσημος με τους αριθμούς
- στ) Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού είναι αρνητικός αριθμός
- ζ) Οι αντίθετοι αριθμοί είναι ετερόσημοι.
- η) Όλοι οι αρνητικοί αριθμοί είναι μικρότεροι από το μηδέν.
- θ) Το άθροισμα δύο ομόσημων αριθμών είναι ομόσημο με τους προσθετέους

10) Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι πιο κάτω σχέσεις:

- α) Αν $\chi + \psi = 0$, τότε οι χ και ψ είναι:
- β) Αν $\chi \cdot \psi > 0$ τότε οι χ και ψ είναι:
- γ) Αν $\alpha \cdot \beta > 0$ και $\alpha + \beta < 0$, τότε τα α και β είναι:
- δ) Αν $\frac{\chi}{\psi} < 0$, τότε οι χ και ψ είναι:

11) Να κάνετε τις πράξεις:

- α) $+5 - 7 + 11 - 22 =$ β) $(+11) - (+4) - (-8) + (-1) =$
- γ) $(+13 - 5) - (+3 - 2 + 1) =$ δ) $(18 - 22) : (-2) + 5 \cdot (-3) =$
- ε) $-6 + [-5 + 2 \cdot (-3)] =$ στ) $4 \cdot (-10 + 15) - |-23 + 17| =$
- ζ) $(-12) : (+5 - 1) - (-6 + 13) \cdot (-1) - 3^0 =$ η) $-3^2 - 5 \cdot (-2) + (+12) : (-3) =$

$$\theta) -5^2 - (-3)^2 + 8 =$$

$$\kappa) (-2)(-3) \cdot (1) \cdot (-2)^2 =$$

$$\mu) \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) =$$

$$\xi) \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{1}{9}} =$$

$$\omicron) \frac{-3}{\frac{7}{3}} =$$

$$\pi) \frac{\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} =$$

$$\rho) \frac{\frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{5}\right) : \frac{4}{3}}{1\frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right)^2} =$$

$$\sigma) \frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{5} : 1\frac{3}{5}}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)} =$$

12) Αν $\chi = -1$ και $\psi = +2$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

$$\alpha) |\chi - 2\psi| - 2(\psi - \chi) - 3\chi =$$

$$\beta) \chi^5 - \psi^2 - \psi : \chi^8 =$$

$$\gamma) \frac{\chi\psi - 5\chi + 5}{2\psi\chi} =$$

$$\delta) \frac{5(\chi - \psi) + 2\chi\psi}{\chi^2} =$$

13) Δίνεται η αλγεβρική παράσταση: $A = 5(\chi - 2\psi) - 4(3\chi + \psi - 2) - 12$

α) Να γράψετε την παράσταση A σε πιο απλή μορφή.

β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης A, όταν $\chi = -2$ και $\psi = +1$

14) Αν $\chi = -2$, ψ ο αντίθετος του χ και ω ο αντίστροφος του χ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 3(\chi^2 - \psi) - \chi^5 : \omega^2 - |\chi - \psi| + 4\chi\psi\omega$$

15) Δίνεται η αλγεβρική παράσταση:

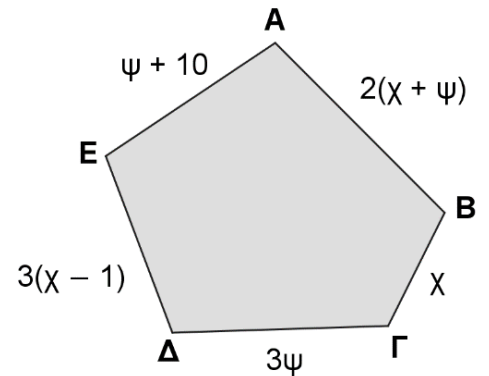
$$A = 3(2\alpha + \beta) + 5 - (2\alpha + 7\beta) - 2(\alpha - \beta)$$

α) Να γράψετε την παράσταση στην πιο απλή της μορφή.

β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης αν $\alpha - \beta = 3$.

16) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι διαστάσεις ενός χωραφιού ΑΒΓΔΕ σε μέτρα που βρίσκεται στο Καλό Χωριό.

(α) Να βρείτε την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει την περίμετρο (Π) του χωραφιού και να τη δώσετε στην πιο απλή μορφή της.



(β) Αν $\chi + \psi = 12$, να δείξετε ότι η περίμετρος (Π) του χωραφιού ΑΒΓΔΕ είναι ίση με 79 m.

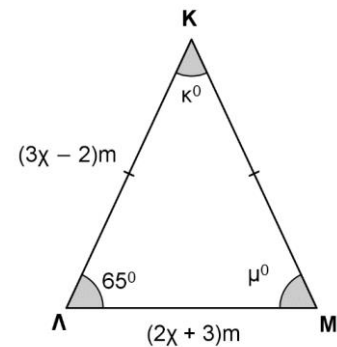
(γ) Αν ο ιδιοκτήτης του χωραφιού θέλει να το περιφράξει, πόσα θα πληρώσει αν το κόστος για την περίφραξη είναι €10 το μέτρο.

(δ) Αν στην ίδια περιοχή, υπάρχει χωράφι σε σχήμα ισοσκελούς τριγώνου ΚΛΜ με ΚΛ = ΚΜ, $\hat{\Lambda} = 65^\circ$, και έχει περίμετρο ίση με την περίμετρο του ΑΒΓΔΕ χωραφιού, να βρείτε:

i) Τα μήκη των πλευρών του τριγώνου ΚΛΜ.

ii) Το μέτρο των γωνιών του τριγώνου ΚΛΜ, χωρίς τη χρήση μοιρογνωμονίου.

Να χρησιμοποιήσετε εξισώσεις και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



17) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις εξισώσεις:

α) $\chi + 5 - 2\chi = 3 + \chi$

β) $4(\alpha - 1) - 2(\alpha + 1) = -7 - (\alpha - 1)$

γ) $9 - (\chi + 1) - 3\chi = 4(3 - 2\chi) - 4$

δ) $\frac{\alpha - 2}{5} - \frac{\alpha - 3}{3} = \frac{1}{15}$

ε) $\frac{2\chi + 3}{3} + 3 = -\frac{1}{6} - \frac{\chi - 2}{4}$

στ) $\psi - \frac{\psi - 2}{4} - \frac{\psi + 3}{10} = \frac{17\psi}{20}$

ζ) $\frac{2(\chi + 4)}{3} - \frac{3\chi - 4}{15} = 1 + \frac{\chi - 5}{5}$

η) $\frac{3\chi - 2}{5} - \frac{\chi + 1}{2} = \frac{7 - \chi}{10} - 2$

18) Να λύσετε τα πιο κάτω προβλήματα: (Να λυθούν με τη χρήση εξίσωσης)

α) Να βρείτε τον ακέραιο αριθμό που το διπλάσιο του αυξημένο κατά 4 ισούται με το τριπλάσιο του μειωμένο κατά 9.

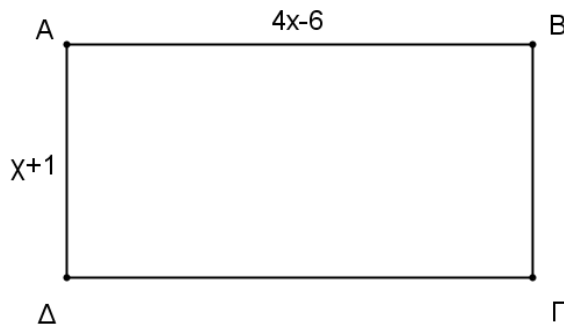
β) Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο και $A\Gamma = 3\chi - 7$ και $B\Gamma = 5\chi - 19$.
Να υπολογίσετε την περίμετρο του.

γ) Η Χριστίνα έχει τετραπλάσια χρήματα από τη Ρεβέκκα. Αν δώσει €6 στη Ρεβέκκα, τότε θα έχει €4 λιγότερα από τα διπλάσια χρήματα της Ρεβέκκας.
Να βρείτε πόσα χρήματα έχει η καθεμία.

δ) Σε ένα σχολείο η Α΄ τάξη έχει 20 παιδιά περισσότερα από την Γ΄ τάξη και η Β΄ τάξη έχει διπλάσια παιδιά από την Α΄ τάξη. Να βρείτε πόσα παιδιά έχει η κάθε τάξη, αν όλα τα παιδιά του σχολείου είναι 360.

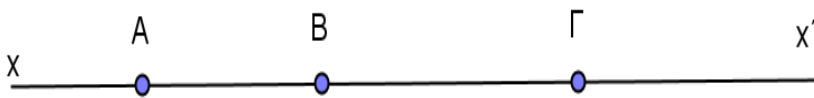
ε) Τρία άτομα έχουν μαζί €50. Ο Β έχει €6 λιγότερα από τον Α και ο Γ έχει τα διπλάσια χρήματα του Β. Πόσα χρήματα έχει ο καθένας;

στ) Αν στο πιο κάτω ορθογώνιο η πλευρά AB είναι διπλάσια της $A\Delta$ να υπολογίσετε την περίμετρό του.



ΕΝΟΤΗΤΑ 6: ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- 1) Τι ονομάζουμε ευθεία, ευθύγραμμο τμήμα, ημιευθεία, απόσταση δύο σημείων, μέσο ευθύγραμμου τμήματος;
- 2) Ποια γωνία λέγεται οξεία;
- 3) Τι ονομάζουμε διχοτόμο μιας γωνίας;
- 4) Ποιες γωνίες ονομάζονται:
 - α) Εφεξής
 - β) Διαδοχικές
- 5) Πότε δύο ευθείες λέγονται κάθετες μεταξύ τους;
- 6) Ποιες γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;
- 7) Ποιες γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;
- 8) Ποιες γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν;
- 9) Τι είναι μεσοκάθετη ευθύγραμμου τμήματος.
- 10) Δίνεται η πιο κάτω ευθεία $χχ'$ και τρία σημεία της A , B και Γ . Να ονομάσετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που ορίζονται από τα σημεία A , B και Γ και όλες τις ημιευθείες που υπάρχουν στο σχήμα.



- 11) Να βρείτε το είδος της κάθε γωνίας:

123°	90°	89°	200°
180°	91°	360°	0°



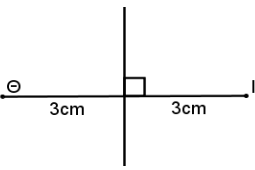

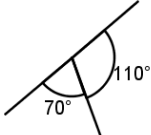
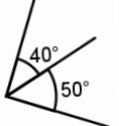


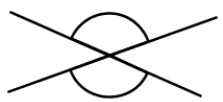
- 12) Να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο είδος γωνιών.




- (α) Η γωνία που έχει τις πλευρές της κάθετες ονομάζεται:
- (β) Η παραπληρωματική μιας αμβλείας γωνίας είναι οπωσδήποτε:
- (γ) Η γωνία που οι πλευρές της είναι αντικείμενες ημιευθείες λέγεται:
- (δ) Η γωνία που είναι ίση με 4 ορθές γωνίες ονομάζεται:

13) Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις παρακάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

- | | | |
|---|---|---|
| α) Μια γωνία 89° είναι αμβλεία. | Σ | Λ |
| β) Όλα τα ευθύγραμμα τμήματα έχουν μόνο ένα άκρο. | Σ | Λ |
| γ) Δύο αντικείμενες ημιευθείες έχουν την ίδια αρχή. | Σ | Λ |
| δ) Από ένα σημείο περνούν άπειρες ευθείες. | Σ | Λ |
| ε) Η παραπληρωματική οξείας γωνίας είναι οξεία. | Σ | Λ |
| στ) Η συμπληρωματική οξείας γωνίας είναι οξεία. | Σ | Λ |
| ζ) Δύο κατακορυφών γωνίες είναι άνισες. | Σ | Λ |
| η) Μια πλήρης γωνία είναι ίση με 180° | Σ | Λ |

14) Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με ένα της στήλης Β:

ΣΤΗΛΗ Α	
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	

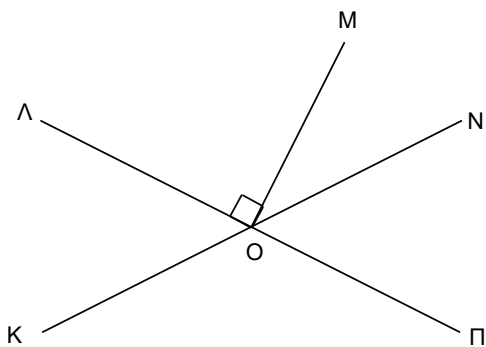




10.

ΣΤΗΛΗ Β
A. Ευθεία
B. εφεξής γωνίες
Γ. Ημιευθεία
Δ. αντικείμενες ημιευθείες
E. Σημείο
Στ. συμπληρωματικές γωνίες
Z. παραπληρωματικές γωνίες
H. κατακορυφήν γωνίες
Θ. ευθύγραμμο τμήμα
I. μεσοκάθετη ευθυγράμμου τμήματος

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

15. Με τη βοήθεια του πιο κάτω σχήματος να γράψετε:



- α) Ένα ζεύγος εφεξής γωνιών
- β) Ένα ζεύγος κατακορυφήν γωνιών
- γ) Δύο συμπληρωματικές γωνίες
- δ) Δύο παραπληρωματικές γωνίες
- ε) Δύο οξείες γωνίες
- στ) Δύο αμβλείες γωνίες
- ζ) Δύο ορθές γωνίες

16) Να βρείτε την παραπληρωματική γωνία των 60° .

(Σχήμα - Εξίσωση)

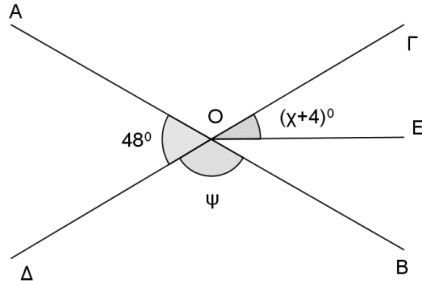
17) Να βρείτε τη γωνία που είναι πενταπλάσια από την παραπληρωματική της.

(Σχήμα - Εξίσωση)

18) Μια γωνία είναι 30° μικρότερη από το διπλάσιο της συμπληρωματικής της.
Να βρεθούν οι δύο γωνίες.
(Σχήμα - Εξίσωση)

19) Να υπολογίσετε τη γωνία που είναι 20° μεγαλύτερη από το τριπλάσιο της παραπληρωματικής της. (Σχήμα - Εξίσωση)

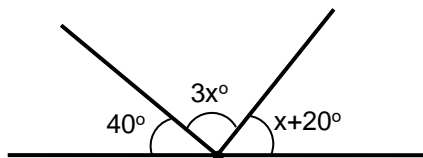
20) Στο πιο κάτω σχήμα, ΟΕ διχοτόμος της γωνίας ΒΟΓ. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ και ψ .



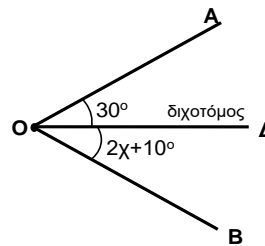
21) Να υπολογίσετε την τιμή του χ στα πιο κάτω σχήματα.

(Να σχηματίσετε εξίσωση και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

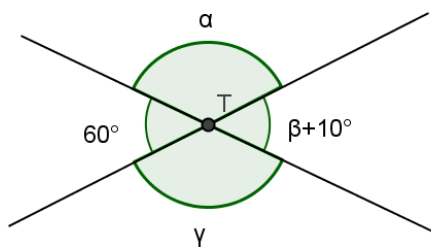
α)



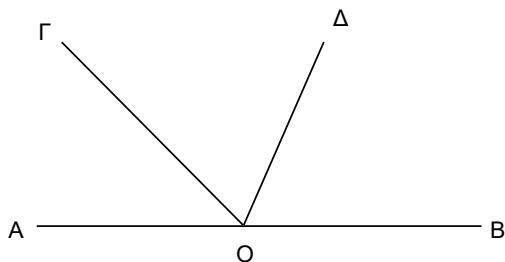
β)



22) Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β και γ .

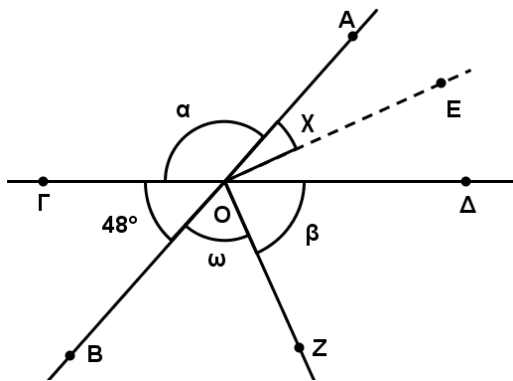


23) Αν $\hat{AOG} = 30^\circ$ και η ΟΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας ΒΟΓ, να υπολογίσετε τη γωνία ΒΟΔ.

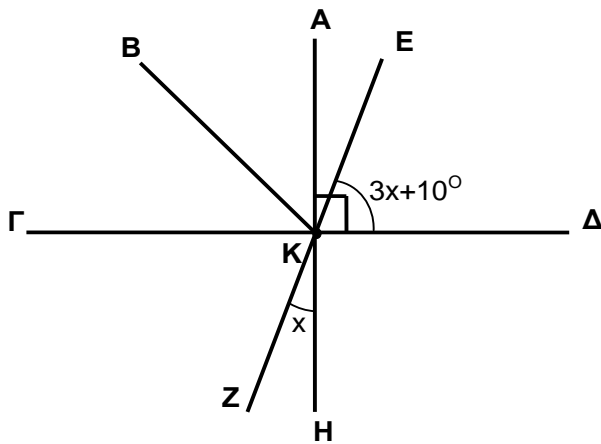


24) Στο πιο κάτω σχήμα $OE \perp OZ$, AB και ΓΔ είναι ευθείες, OE είναι διχοτόμος της γωνίας AOD και η γωνία ΓOB είναι ίση με 48° .

Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , χ , ω δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



25) Στο πιο κάτω σχήμα η KB είναι διχοτόμος της γωνίας $AK\Gamma$, $\widehat{E\hat{K}\Delta} = 3\chi + 10^\circ$, $\widehat{Z\hat{K}H} = \chi$ και η KA είναι κάθετη στη $\Delta\Gamma$. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , $\widehat{B\hat{K}A}$, $\widehat{\Gamma\hat{K}Z}$, $\widehat{B\hat{K}E}$ και $\widehat{Z\hat{K}\Delta}$ (Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)

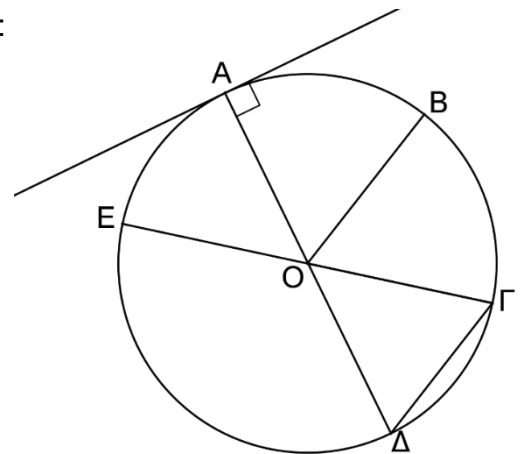


26) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, OA) , τόξο $\widehat{E\Delta} = 128^\circ$ και OB διχοτόμος της $\widehat{A\hat{O}\Gamma}$.

(α) Να αναφέρετε τι είναι ως προς τον κύκλο τα πιο κάτω:

- (i) Το σημείο O
- (ii) Το ευθύγραμμο τμήμα OB
- (iii) Το ευθύγραμμο τμήμα $\Delta\Gamma$
- (iv) Το ευθύγραμμο τμήμα $A\Delta$
- (v) Η ευθεία ε
- (vi) Η γωνία $\widehat{EO\Delta}$

(β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\widehat{E\hat{O}B}$ και του τόξου $\Delta\Gamma$.



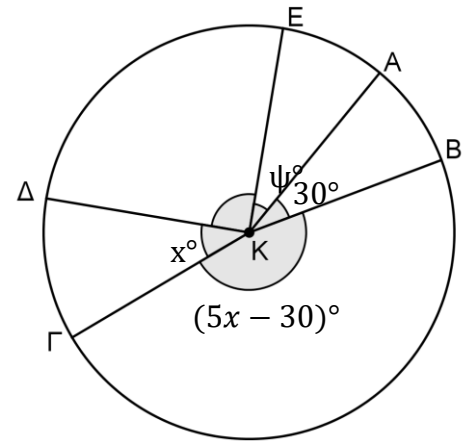
27) Δίνεται κύκλος με κέντρο K , $\Delta K \perp EK$ και $\widehat{A\hat{K}B} = 30^\circ$ και KA διχοτόμος της γωνίας EKB .

i) Να υπολογίσετε την τιμή των x° και ψ° .

(Να χρησιμοποιήσετε εξισώσεις, και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

ii) Να ονομάσετε:

- α) Μια αμβλεία γωνία
- β) Μια οξεία γωνία
- γ) Μια ορθή γωνία

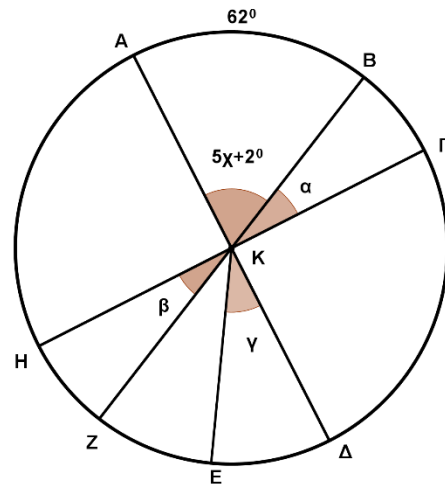


iii) Να βρείτε το μέτρο της επίκεντρης γωνίας ΔΚΑ, και το μέτρο του τόξου ΕΑΒ.

iv) Να φέρετε τη χορδή ΔΕ του κύκλου και την εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Β.

28) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος(Κ, R). ΑΔ, ΗΓ και ΒΖ είναι διάμετροι του κύκλου, $ΑΔ \perp ΗΓ$, ΚΕ διχοτόμος της γωνίας ΖΚΔ, γωνία ΑΚΒ = $5\chi + 2^\circ$ και τόξο ΑΒ = 62° . Χωρίς την χρήση μοιρογνωμονίου, με τη βοήθεια εξισώσεων, και δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:

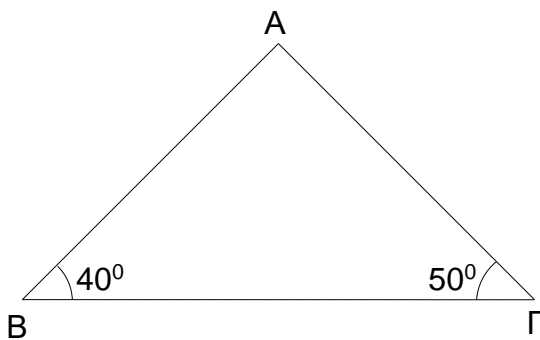
- i) Να βρείτε την τιμή του χ .
- ii) Αν $\chi = 12^\circ$, να βρείτε την τιμή των α , β και γ .
- iii) Να βρείτε το μέτρο του τόξου ΖΗΑ.



ΕΝΟΤΗΤΑ 9: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΙΙ – ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ – ΤΡΙΓΩΝΑ

1) Να βρείτε το είδος του κάθε τριγώνου ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του.

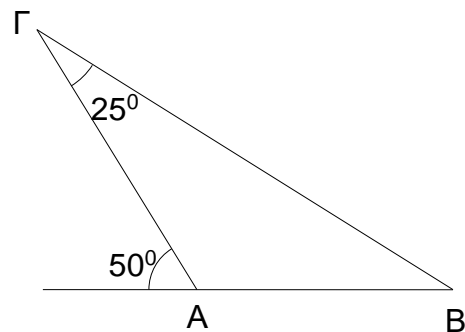
A)



Ως προς τις γωνίες είναι

Ως προς τις πλευρές είναι

B)



Ως προς τις γωνίες είναι

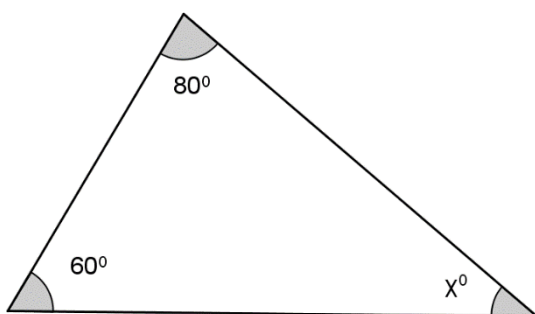
Ως προς τις πλευρές είναι

2) Να γράψετε **ορθό ή λάθος** στις πιο κάτω προτάσεις.

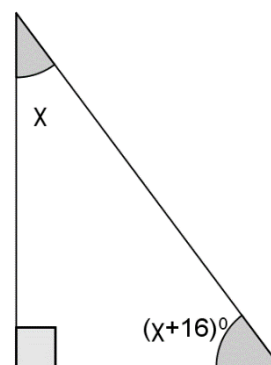
- α) Υπάρχουν αμβλυγώνια τρίγωνα που είναι ισόπλευρα.
- β) Οι οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι συμπληρωματικές.
- γ) Το ισοσκελές τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες.
- δ) Υπάρχουν ορθογώνια τρίγωνα που είναι ισοσκελή.
- ε) Το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει δύο οξείες γωνίες.
- στ) Υπάρχουν αμβλυγώνια τρίγωνα που είναι ισοσκελή.
- ζ) Η εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι 40° . Το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο.
- η) Το ορθογώνιο τρίγωνο έχει συμπληρωματικές γωνίες.
- θ) Σε ισοσκελές τρίγωνο το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση είναι και διάμεσος.
- ι) Όλα τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι οξυγώνια.
- κ) Η διχοτόμος ενός τριγώνου, χωρίζει μια πλευρά του σε δύο ίσα μέρη.
- λ) Το σημείο τομής των διαμέσων ενός τριγώνου λέγεται κέντρο βάρους.
- μ) Οι εντός και επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται όταν ένα ζεύγος παραλλήλων ευθειών τέμνεται από μια τρίτη ευθεία, είναι ίσες.
- ν) Έγκεντρο είναι το σημείο τομής των διχοτόμων ενός τριγώνου

3) Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες των πιο κάτω σχημάτων (με τη βοήθεια εξίσωσης).

A)

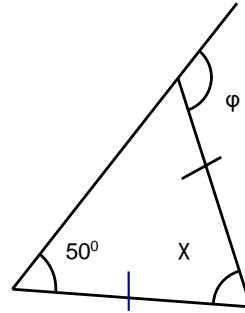
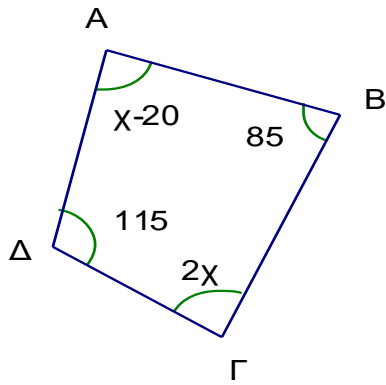


B)

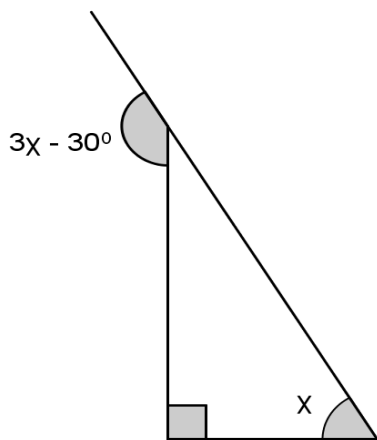


Γ)

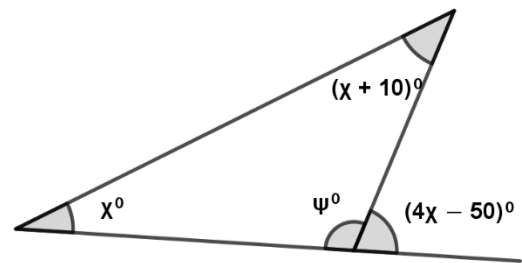
Δ)



Ε)

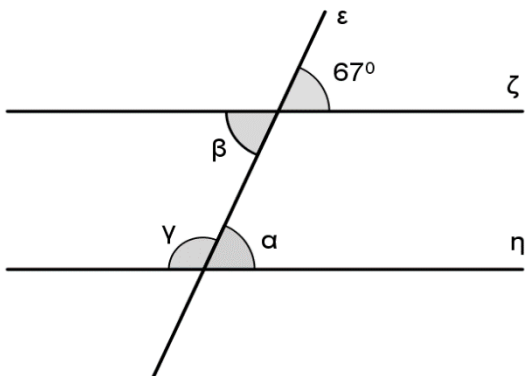


ΣΤ)

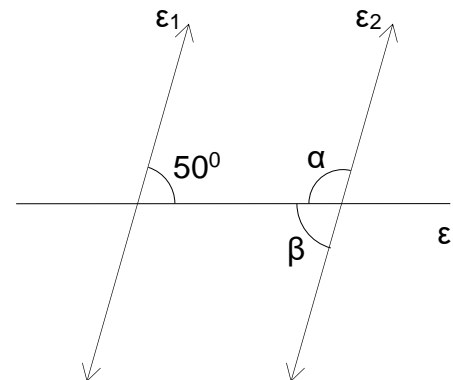


4) Στα πιο κάτω σχήματα, με χρήση εξισώσεων, να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

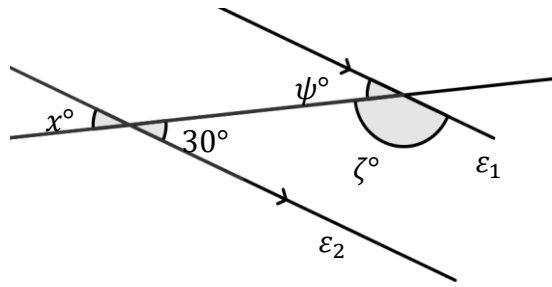
A) ζ // η



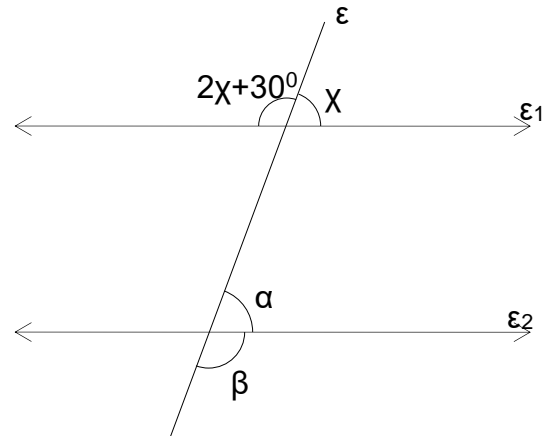
B) ε₁ // ε₂



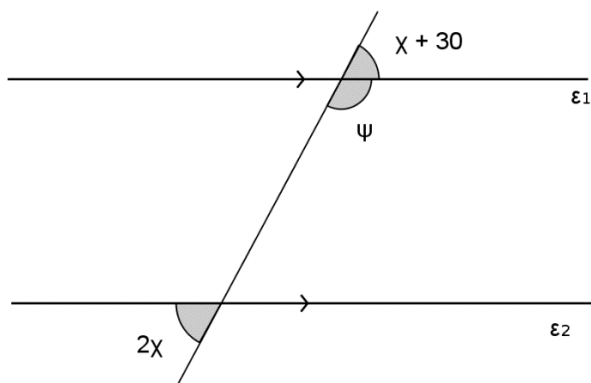
Γ) $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$



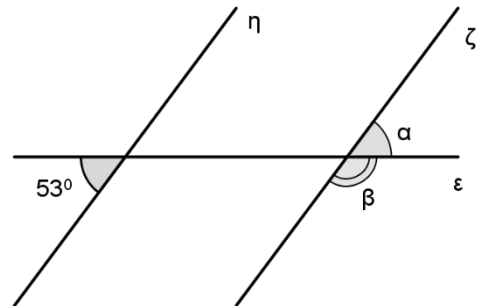
Β) $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$



Ε) $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$

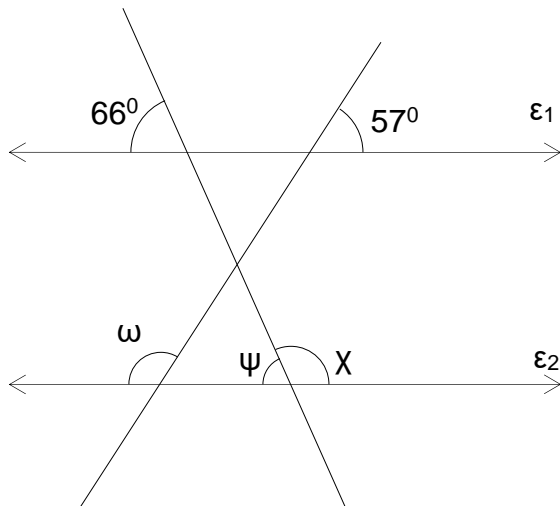


ΣΤ) $\eta \parallel \zeta$

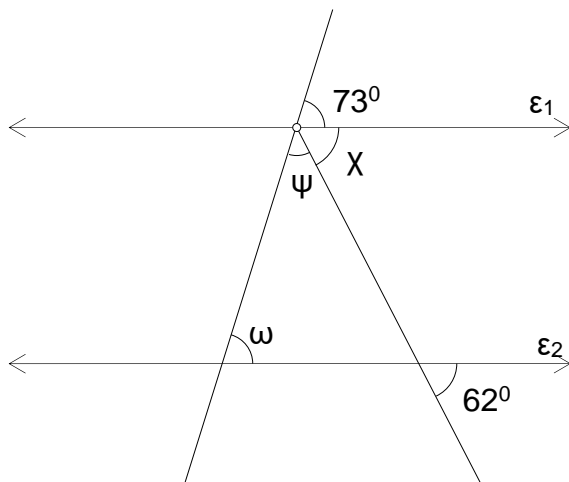


5) Στα πιο κάτω σχήματα $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$. Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες χ , ψ , ω και φ .
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

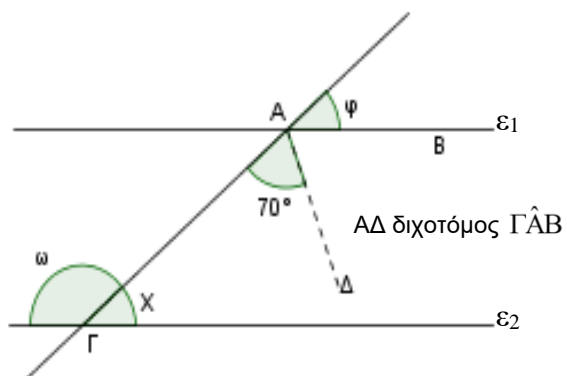
Α)



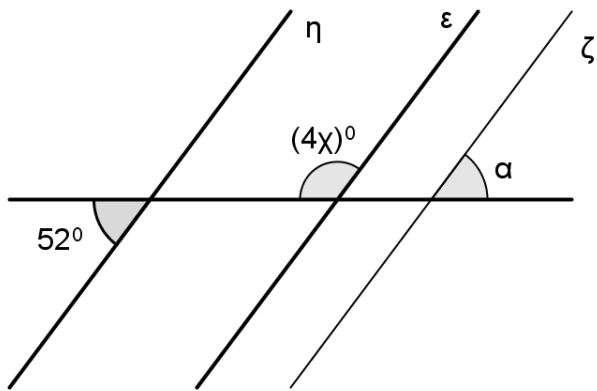
B)



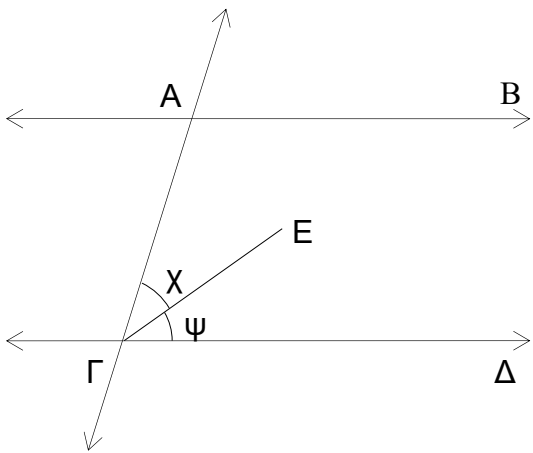
Γ)



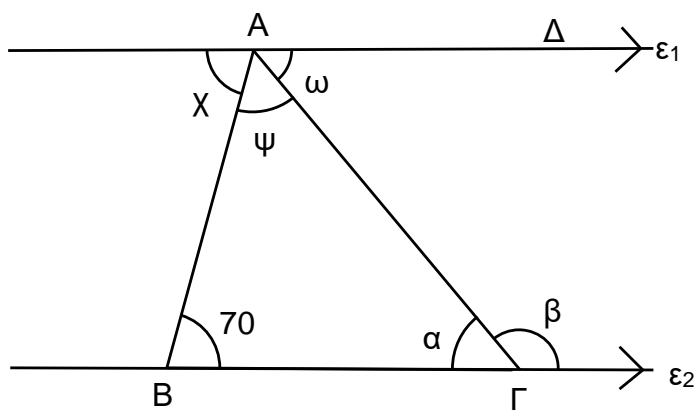
6) Στο πιο κάτω σχήμα, $\epsilon // \eta // \zeta$ να υπολογίσετε τις τιμές των χ και α .



7) Στο πιο κάτω σχήμα $AB \parallel \Gamma\Delta$. GE διχοτόμος της γωνίας $A\Gamma\Delta$. $\Gamma\hat{A}B = 100^\circ$.
 Να βρείτε τις γωνίες χ , ψ .



8) Στο πιο κάτω σχήμα $A\Gamma$ διχοτόμος της $B\hat{A}\Delta$, $\hat{B} = 70^\circ$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.
 Να βρείτε τις γωνίες χ , ψ , ω , α και β .

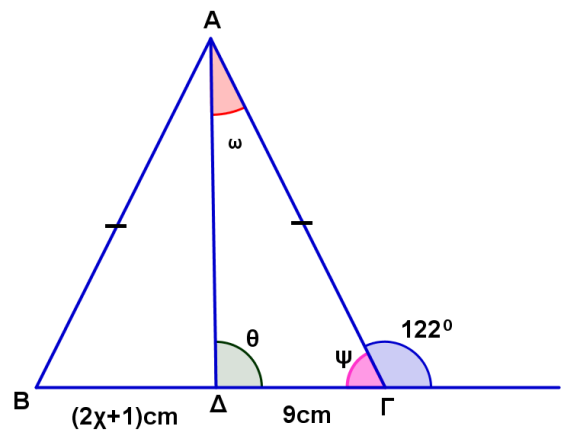


9)

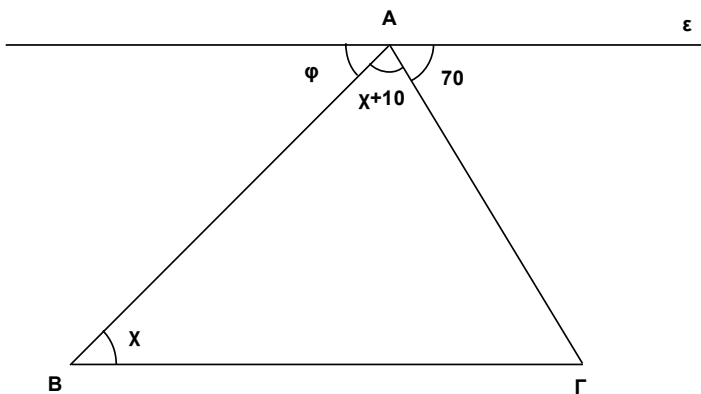
Στο πιο κάτω σχήμα $\hat{A}\hat{B}Z = \hat{Z}\hat{B}\Gamma$, AE κάθετη με $B\Gamma$, $AE \parallel Z\Delta$, $B\Delta = \Delta\Gamma$.
 Να αντιστοιχίσετε κάθε εύγραμμο τμήμα της στήλης Α με μια πρόταση της στήλης Β.

	Στήλη Α		Στήλη Β	
	1.	AE	A.	Μεσοκάθετος της πλευράς $B\Gamma$
	2.	$A\Delta$	B.	Διχοτόμος γωνίας Α
	3.	$Z\Delta$	Γ.	Ύψος του $\triangle AB\Gamma$
	4.	BZ	Δ.	Διχοτόμος γωνίας Β
		E.	Διάμεσος του $\triangle AB\Gamma$	
Στήλη Α	1.	2.	3.	4.
Στήλη Β				

10) Στο διπλανό σχήμα δίνεται $AB = A\Gamma$ και $A\Delta$ διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$. Να βρείτε:
 (i) την τιμή του χ .
 (ii) το μέτρο των γωνιών ω , ψ και θ .

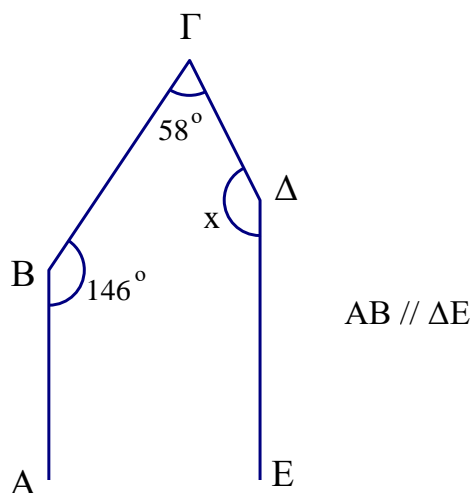
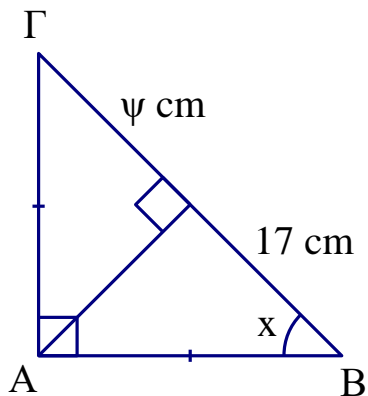


11) Στο πιο κάτω σχήμα $B\Gamma \parallel \epsilon$. Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες.

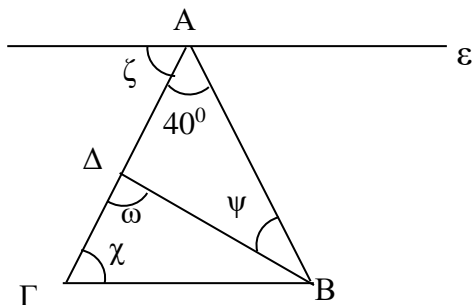


12) Να υπολογίσετε το χ και το ψ στα πιο κάτω σχήματα.

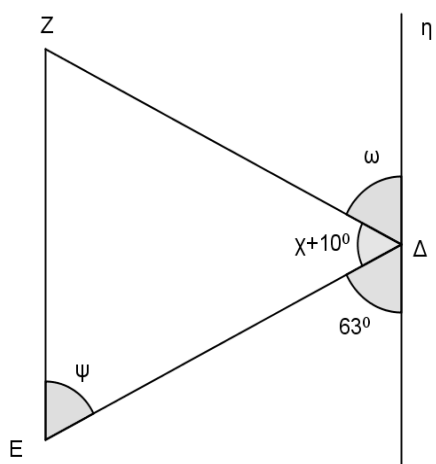
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



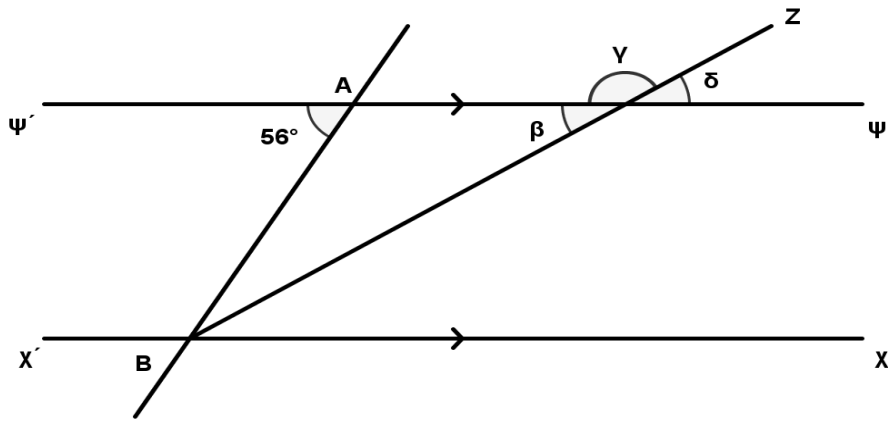
- 13) Στο πιο κάτω σχήμα είναι $\varepsilon \parallel B\Gamma$, $AB = A\Gamma$ και $B\Delta$ διχοτόμος της $A\hat{B}\Gamma$. Αν $B\hat{A}\Gamma = 40^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ , ω , και ζ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



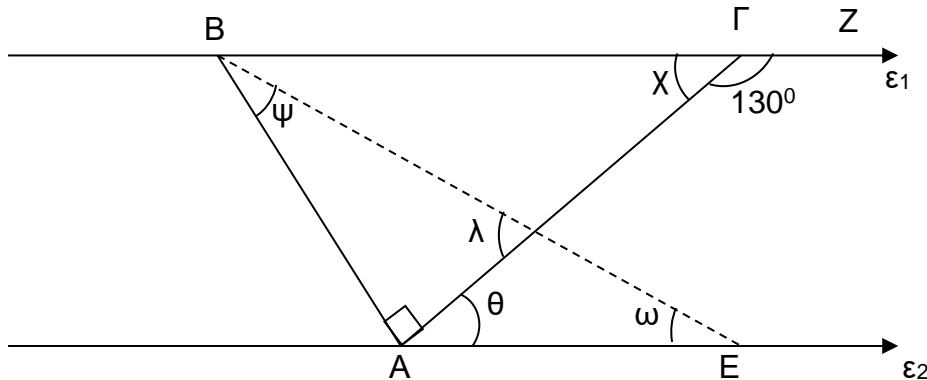
- 14) Στο πιο κάτω σχήμα, $ZE \parallel \eta$ και $\Delta E = \Delta Z$. Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες χ , ψ και ω .



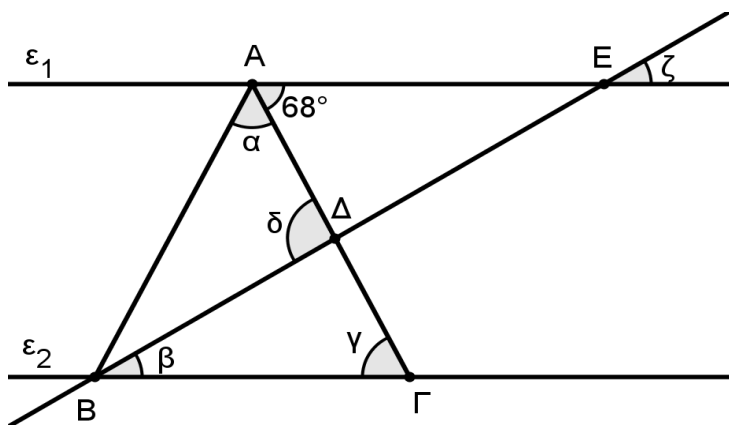
- 15) Στο πιο κάτω σχήμα οι ευθείες xx' και $\psi\psi'$ είναι παράλληλες. Η BZ είναι η διχοτόμος της γωνίας B . Να υπολογίσετε τις γωνίες β , γ και δ .



- 16) Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$, $BA \perp A\Gamma$ και BE διχοτόμος της γωνιάς $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{A\Gamma Z} = 130^\circ$.
 α) Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ , ω , λ και θ .
 β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ABE ως προς τις γωνίες και ως προς τις πλευρές του.
 (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

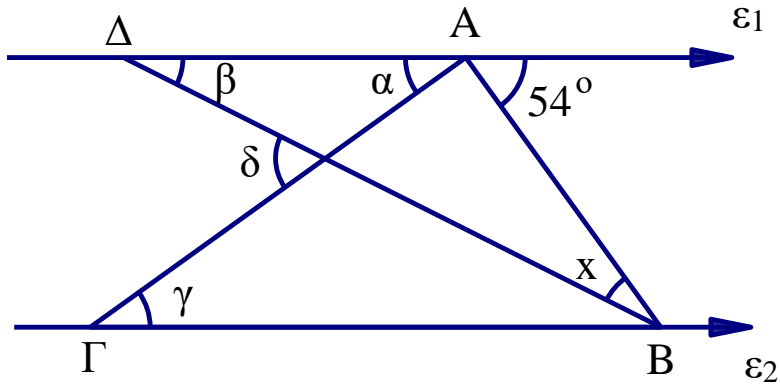


- 17) Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$, $AB = A\Gamma$, η BE είναι διχοτόμος της $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{E\Delta D} = 68^\circ$.
 (α) να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , δ και ζ . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).
 (β) να βρείτε το είδος του τριγώνου ABE ως προς τις γωνίες του.



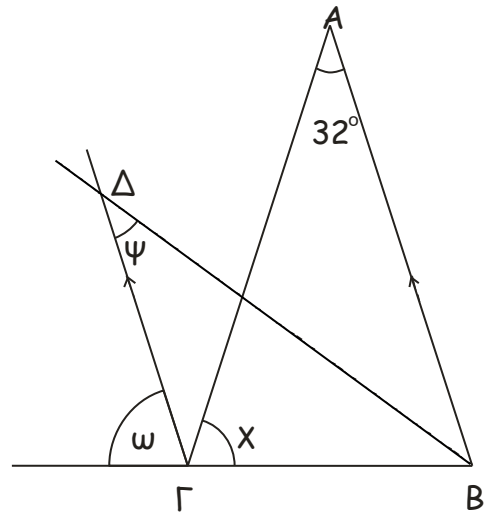
- 18) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$, $AB \perp A\Gamma$ και BD διχοτόμος της γωνιάς $\widehat{A\Gamma}$.
 Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , α , β , γ , δ και να βρείτε το είδος του τριγώνου ΔDB ως προς τις

πλευρές του.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

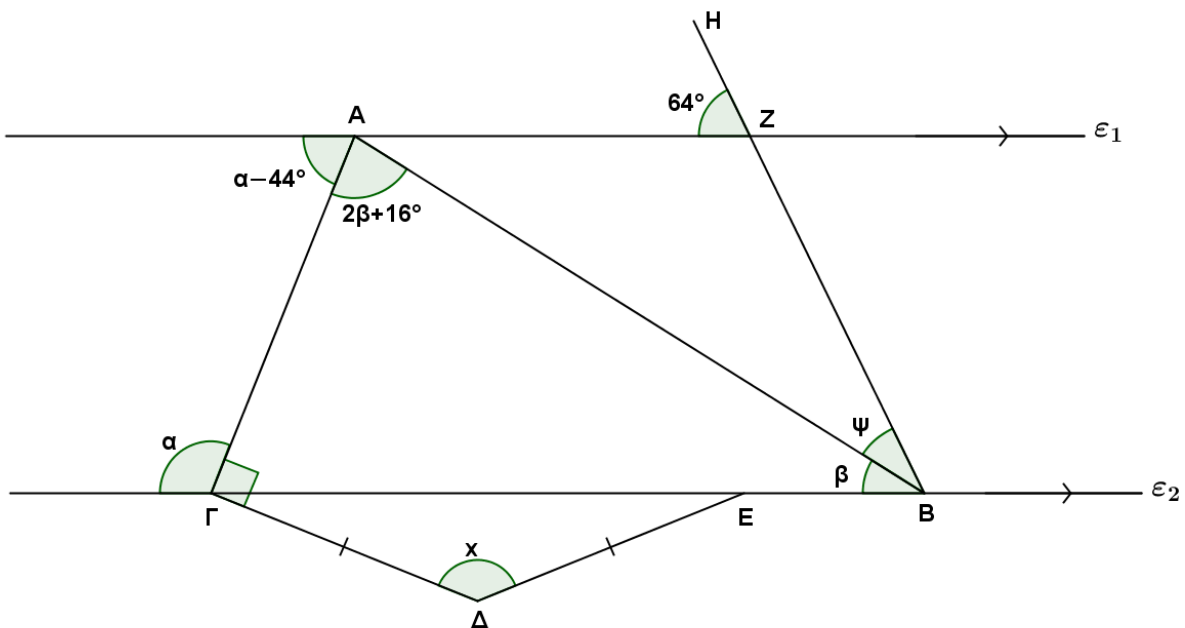


19)

Δεδομένα	Ζητούμενα
<p>ΑΒΓ ισοσκελές τρίγωνο ($AB = AG$) ΒΔ διχοτόμος της ΑΒΓ $\hat{A} = 32^\circ$ $\Delta\Gamma \parallel AB$</p>	<p>α) $\hat{\chi}$, $\hat{\psi}$ και $\hat{\omega}$ β) Το είδος του τριγώνου ΔΒΓ ως προς τις πλευρές.</p>



20) Στο πιο κάτω σχήμα $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$, $\hat{HZA} = 64^\circ$, $AG \perp GD$ και $\Gamma\Delta = \Delta E$. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , χ , ψ και να βρείτε το είδος του τριγώνου **ΑΒΖ** ως προς τις πλευρές και τις γωνίες του. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



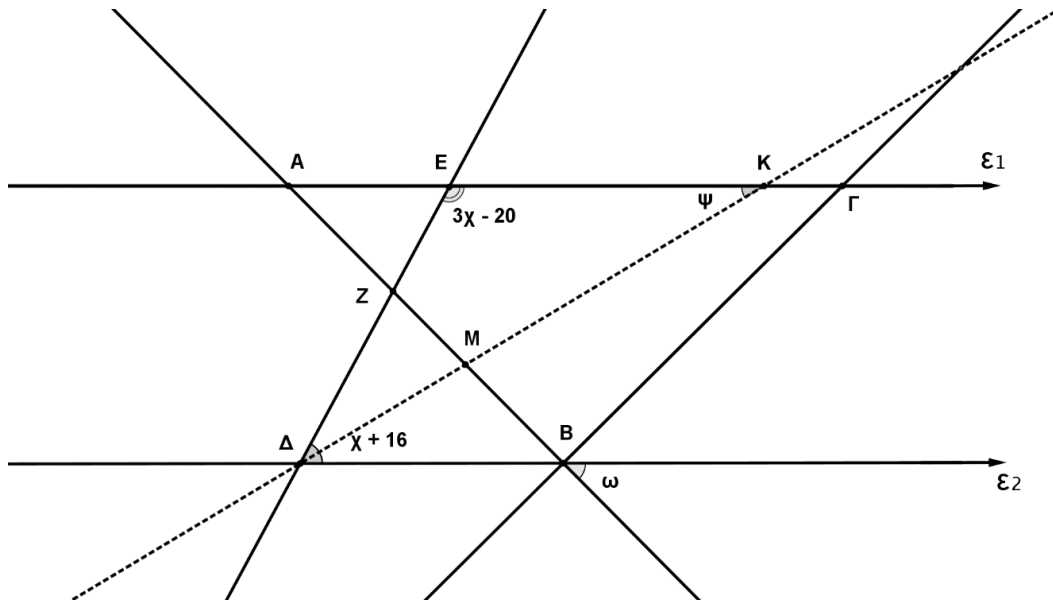
21

$\hat{E}\hat{\Delta}B = (\chi + 16)^\circ$ και ΔK είναι διχοτόμος της $E\hat{\Delta}B$.

Να βρείτε:

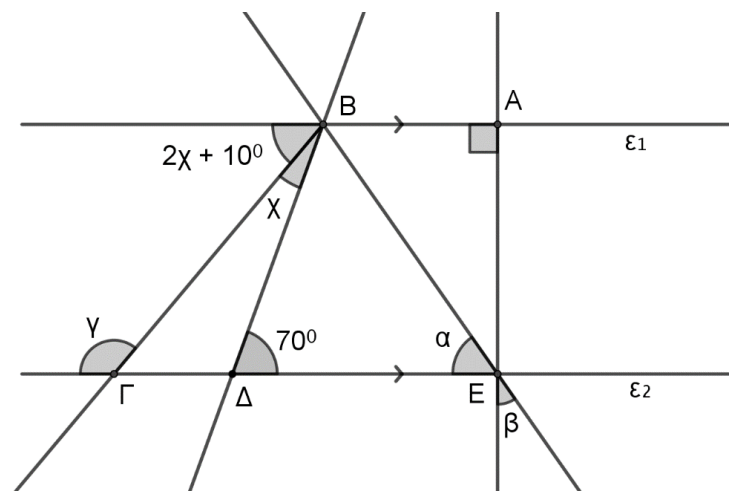
- (α) Την τιμή του χ .
- (β) Την τιμή του ψ .
- (γ) Την τιμή του ω .
- (δ) Το είδος του τριγώνου ΔMB ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



22) Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, BE διχοτόμος της $\Delta\hat{B}A$, $B\hat{\Delta}E = 70^\circ$ και $AB \perp AE$.

- (i) Με τη χρήση εξίσωσης, να δείξετε ότι $\hat{\chi} = 20^\circ$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- (ii) Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β και γ χωρίς τη χρήση μοιρογνωμονίου. Να χρησιμοποιήσετε εξισώσεις και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.